

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,25 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère le plan $(\mathcal{P})$ d'équation cartésienne $2x - y - z - 3 = 0$. S est la réflexion de plan $(\mathcal{P})$; $(\mathcal{D})$ est la droite de repère $(A, \vec{u})$ où $A(1; 2; 3)$ et $\vec{u} = -2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.

1. Démontre que la droite $(\mathcal{D})$ et le plan $(\mathcal{P})$ sont perpendiculaires. **0,5pt**
2. Donne l'expression analytique de S . **1pt**
3. Détermine les coordonnées du point H , intersection de $(\mathcal{P})$ et $(\mathcal{D})$. **0,5pt**
4. Donne par son équation l'ensemble $\mathcal{S}$ des points M de l'espace tels que $\frac{MA}{MH} = \sqrt{3}$. **0,75pt**
5. Donne la nature de $\mathcal{S}$ et détermine ses éléments caractéristiques. **0,5pt**

EXERCICE 2 : (3 points)

Une urne contient 5 boules indiscernables au toucher dont deux portent le numéro -1 , deux portent le numéro 1 et une porte le numéro 0 . On tire successivement sans remise deux boules de l'urne. On désigne par X la variable aléatoire égale à $|a + b|$ où a désigne le numéro de la première boule tirée et b celui de la deuxième boule tirée.

1. Calcule la probabilité pour que :
 - (a) La conique $H_{a,b}$ d'équation $2ax^2 + (-1)^b y^2 = 1$ soit une hyperbole. **0,5pt**
 - (b) L'équation différentielle $E_{a,b} : y'' + ay' + by = 0$ ait pour solution $f : x \mapsto (Ax + B)e^x$. **0,5pt**
 - (c) Les plans $(P) : x + ay + bz + 3 = 0$ et $(Q) : ax + by + z + 3 = 0$ soient parallèles. **0,5pt**
2. Détermine la loi de probabilité de X , puis calcule $E(X)$ et $V(X)$. **1,5pt**

EXERCICE 3 : (2,25 points)

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. On considère les points $F(0; 4)$ et $D(0; \frac{3}{2})$. On note (Δ) la droite passant par D et parallèle à l'axe des abscisses; (Γ) la conique dont les points M vérifient : $\frac{d(M, F)}{d(M, (\Delta))} = 2$. φ est la similitude directe plane de centre O , de rapport 2 et d'angle dont une mesure est $\frac{\pi}{2}$. (Σ) est l'image de (Γ) par φ .

1. Précise la nature de (Γ) et détermine son excentricité, un de ses foyers et la directrice associée à ce foyer. **0,75pt**
2. Détermine une équation de (Γ) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. **0,75pt**
3. (a) Donne l'écriture complexe de φ . **0,25pt**
(b) Donne la nature exacte de (Σ) et précise son excentricité. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (6,5 points)

A) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x+1)e^{-2x}$. On désigne par $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (unité graphique : 2 cm). Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.

1. Etudie les variations de f . 0,75pt

2. Détermine une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}$ au point B d'abscisse $\frac{1}{2}$. 0,25pt

3. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - \left(-\frac{2}{e}x + \frac{3}{e}\right)$.
 (a) Détermine $g'(x)$ et $g''(x)$. 0,5pt

(b) Détermine le signe de $g(x)$ et déduis-en la position relative de $\mathcal{C}$ et (T) . 1pt

(c) Trace la tangente (T) et la courbe $\mathcal{C}$. 0,75pt

4. Calcule l'aire $\mathcal{A}(\lambda)$ du domaine $\mathcal{D} = \{M(x, y) / -0,5 \leq x \leq \lambda, 0 \leq y \leq f(x)\}$. 0,75pt

5. Vérifie que $H: x \mapsto \left(-x^2 - \frac{3}{2}x - \frac{5}{8}\right)e^{-4x}$ est une primitive de $h: x \mapsto (2x+1)^2 e^{-4x}$ sur $\mathbb{R}$. 0,5pt

6. Calcule le volume $\mathcal{V}$ du solide de révolution engendré par la rotation du domaine $\mathcal{D}$ autour de l'axe des abscisses pour $\lambda = \frac{1}{2}$. 0,5pt

B) Dans l'espace vectoriel E , on considère l'endomorphisme φ défini par :

$$\varphi(\vec{i}) = \varphi(\vec{k}) = \vec{i} - \vec{k} \text{ et } \varphi(\vec{j}) = \vec{j}.$$

1. Détermine $\ker \varphi$ et en donne une base. 0,5pt

2. Détermine $\text{Im } \varphi$, puis détermine une base de $\text{Im } \varphi$. 0,5pt

3. Montre que tout vecteur de l'espace s'écrit de manière unique comme somme d'un vecteur de $\ker \varphi$ et d'un vecteur de $\text{Im } \varphi$. 0,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

M. ATANGANA est Comptable dans une société de micro finance. Il a un chantier qui n'est malheureusement pas desservi par une voie d'accès que peut emprunter un engin à moteur. Il achète le sable et le verse chez son voisin situé à une centaine de mètres du chantier. Ce sable livré par une société et acheté à raison de 9.000 **FCFA** le mètre cube est contenu dans un bac plein de forme parallélépipédique de dimensions $2m \times 0,1a \text{ m} \times 0,2b \text{ m}$ où a et b sont des entiers

naturels qui vérifient en mètres (m) le système :
$$\begin{cases} a < b \\ a^2 + b^2 = 4625 \\ PPCM(a; b) = 440 \end{cases}$$

Ce sable devra être transporté en 200 tours dans des seaux identiques et pleins par un groupe de garçons et de filles du quartier. Les garçons vont effectuer 9 tours et les filles 7 tours. Pour les motiver, il leur propose un taux forfaitaire de 1.500 **FCFA** par enfant et souhaite qu'il y ait plus de garçons que de filles pour accélérer le transport du sable.

A côté du chantier, **M. ATANGANA** veut entourer avec un minimum de plants d'arbres fruitiers son champ situé sur un terrain triangulaire de côtés $132m$, $156m$ et $204m$. Les plants d'arbres fruitiers seront régulièrement espacés et la distance entre deux plants d'arbres fruitiers est exprimée en un nombre entier de mètres. De plus, il y aura un plant d'arbre fruitier à chaque sommet du champ. Un plant d'arbre fruitier coûte **1250 FCFA** à la maison du planteur.

Tâches :

1. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour l'achat du sable. **1,5pt**
2. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour satisfaire tous les transporteurs de son sable. **1,5pt**
3. Détermine le montant nécessaire à prévoir par **M. ATANGANA** pour entourer son champ de plants d'arbres fruitiers. **1,5pt**

Présentation générale : **0,5pt**