MINISTERES DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES

LYCEE BILINGUE DE MBOUDA-RURAL

DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE : 2020-2021

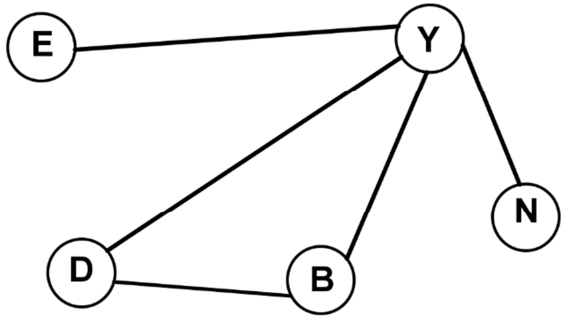
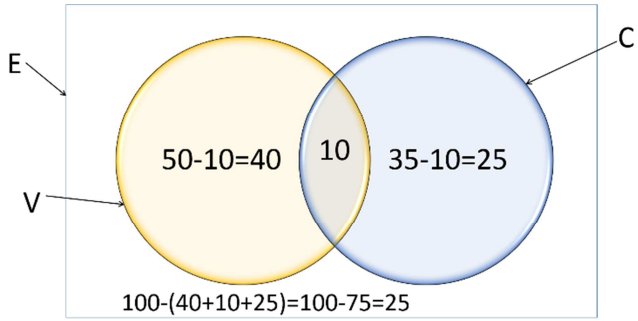
CLASSE : 1ERE C

PROPOSITION DE CORRIGE DE L'EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
1	1	**Exprimons en fonction de $\sin x$ et $\cos x$** $A = \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos(2\pi - x) + 2\sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ Pour tout nombre réel x, on a : $\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right) = -\sin x$; $\cos(2\pi - x) = \cos x$; $\sin(\pi - x) = \sin x$ et $\cos(\pi + x) = -\cos x$. D'où $A = \cos\left(\frac{\pi}{2}+x\right) + \cos(2\pi - x) + 2\sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ $= -\sin x + \cos x + 2\sin x - \cos x$ $= \sin x$	1pt	- Formules de transformation : 0,5pt - Résultat final : 0,5pt
	2	**Montrons que lorsque $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$** Pour tout réel $\neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$,on a : $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin 2x}{\sin x \cos x}$	1pt	- Réduction au même dénominateur : 0,25pt - Formule d'addition : 0,25pt - Formule de duplication : 0,25pt - Résultat : 0,25pt

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$= \dfrac{2\sin x \cos x}{\sin x \cos x}$ $= 2$ D'où pour tout $x \neq \frac{k\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$, $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2$		
	3	**Résolvons dans** $]-\pi\,;\,\pi]$ **l'équation** $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x+\pi)$ On a : $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x+\pi)$ $équivaut$ à $\cos x = \cos(3x+\pi)$ $équivaut$ à $\begin{cases} x = 3x+\pi+2k\pi \\ ou \\ x = -3x-\pi+2k\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$ $équivaut$ à $\begin{cases} -2x = \pi+2k\pi \\ ou \\ 4x = -\pi+2k\pi \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$ $équivaut$ à $\begin{cases} x = \frac{-\pi}{2}-k\pi \\ ou \\ x = \frac{-\pi}{4}+\frac{k\pi}{2} \end{cases}$ avec $k \in \mathbb{Z}$ Pour k=0, on a : $x_0 = \frac{-\pi}{2}$ et $x_1 = \frac{-\pi}{4}$ Pour k =1, on a : $x_2 = \frac{\pi}{4}$ Pour k =-1, on a : $x_3 = \frac{\pi}{2}$ et $x_3 = \frac{-3\pi}{4}$ Pour k =2, on a : $x_4 = \frac{3\pi}{4}$ L'ensemble solution de cette équation dans $]-\pi\,;\,\pi]$ est $S = \left\{\frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4}\right\}$	1pt	- Transformations et résolution dans IR :0,5pt - Ensemble solution : 0,5pt
2	1	Dessinons un graphe permettant de modéliser le réseau de transport de cette agence.	0,5pt	- Sommet : 0,25pt - Liaison : 0,25pt

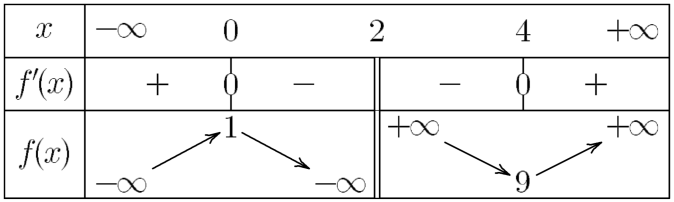
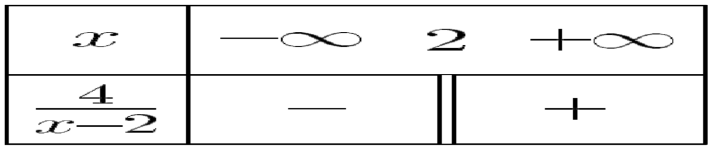
<table>
<tr><th>Exercice</th><th>Question</th><th>Solution</th><th>Barème</th><th>Commentaire</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>
</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td>2</td><td>Recopions le tableau donnée et complétons le avec le degré de chaque sommet.
<table>
<tr><td>Sommet</td><td>B</td><td>D</td><td>E</td><td>N</td><td>Y</td></tr>
<tr><td>Degré</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>4</td></tr>
</table></td><td>1pt</td><td>- 1pt si tous les degrés sont justes
- Sinon -0,25pt par degré faux</td></tr>
<tr><td></td><td>3</td><td>Décrivons tous itinéraires possibles qu'il peut emprunter.
Itinéraire 1 : D—Y—N ; Itinéraire 2 : D—B—Y—N ;</td><td>0,5pt</td><td>0,25pt pour chaque itinéraire</td></tr>
<tr><td></td><td>4a.</td><td>Modélisons la situation par un diagramme de Venn


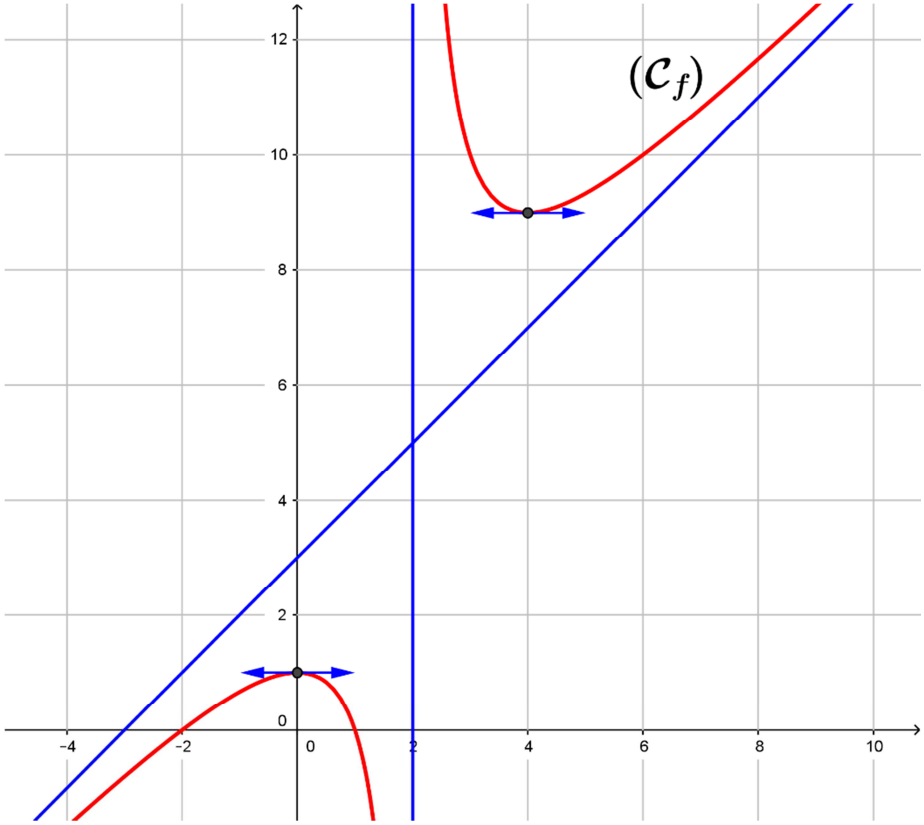
E : Ensemble des voyageurs interrogés ;
V : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus VIP ;
C : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus classique ;
Trouvons le nombre de clients ayant voyagés au moins une fois par l'un des deux types de bus.
40+10+25=75</td><td>0,5pt</td><td>Apprécier autre démarche :Exemple : Card(V∪C) = CardV+ CardC - Card(V∩C)

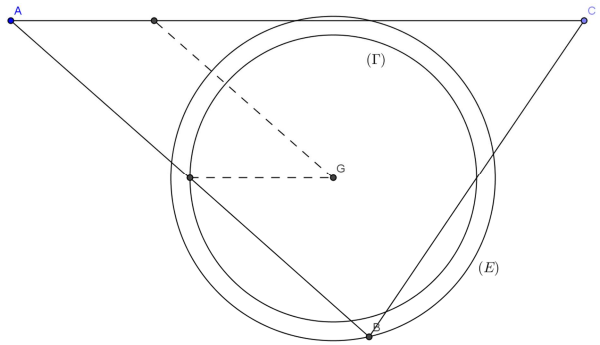
0,25pt pour la méthode
0,25pt pour le résultat</td></tr>
<tr><td></td><td>4b.</td><td>Trouvons le nombre de clients n'ont jamais voyagés avec l'un des types de bus
100-(40+10+25) = 25</td><td>0,5pt</td><td>Apprécier la démarche
0,25pt pour la méthode
0,25pt pour le résultat</td></tr>
</table>

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4c.	Trouvons le nombre de clients n'ayant voyagés qu'en bus VIP 50-10 =40	0,5pt	**0,25pt** pour la méthode **0,25pt** pour le résultat Apprécier la démarche
3	1	Montrons que pour tout x élément de $\mathfrak{D}$, on a : $f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$ <u>Méthode1 : Division Euclidienne</u> Effectuons la division euclidienne de $x^2 + x - 2$ par $x - 2$. On a : $x^2 + x - 2 \mid x - 2$ $-x^2 + 2x \mid x + 3$ $3x - 2$ $-3x + 6$ 4 <u>Méthode 2 :</u> $\forall\, x \in \mathfrak{D}$, on a : $x + 3 + \frac{4}{x-2} = \frac{(x+3)(x-2)+4}{x-2}$ $= \frac{x^2 - 2x + 3x - 6 + 4}{x-2}$ $= \frac{x^2 + x - 2}{x-2}$ $= f(x)$ D'où $\forall\, x \in \mathfrak{D},\ f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}$	0,25pt	Apprécier la démarche
	2	Etudions les variations de la fonction f. f est dérivable sur $\mathfrak{D}$ car elle est une fonction rationnelle. $\forall\, x \in \mathfrak{D},\ f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)^2-4}{(x-2)^2} = \frac{x^2-4x}{(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ **•Résolvons l'équation f'(x) = 0** On a :		- Dérivée :0,25pt - Résolution de l'équation f'(x)=0 : 0,25pt - Tableau de signe :

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\forall\, x \in \mathfrak{D}$, $f'(x) = 0 \;\; équivaut \text{ à } \; x = 4 \;\; ou \;\; x = 0$ •Tableau de signe de la dérivée $\begin{array}{|c\|ccccccc\|} \hline x & -\infty & & 0 & & 2 & & +\infty \\ \hline f'(x) & + & \| & 0 & - & \| & - & 0 & + \\ \hline \end{array}$ - Pour tout $x \in]-\infty; 0]$ et $x \in [4; +\infty[$, $f'(x) \geq 0$ alors f est croissante sur chacun de ces intervalles ; Pour tout $x \in [0; 2[$ et $x \in]2; 4]$, $f'(x) \leq 0$ alors f est décroissante sur chacun de ces intervalles .	1,25pt	0,5pt - Sens de variation : 0,25pt
	3	**Dressons le tableau de variation de f.** •Calcul des limites $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x-2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} x = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x-2}{x-2} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} x = +\infty$ $\lim_{x\to 2^+} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$ •Tableau de variation	0,75pt	- Tableau de variation : 0,25pt par ligne

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
				
	4	D'après l'énoncé, on a : $M\begin{pmatrix} x \\ f(x) \end{pmatrix}$ et $P\begin{pmatrix} x \\ x+3 \end{pmatrix}$	0,25pt	Apprécier la démarche
	4a.	**Montrons que $\overline{PM} = \frac{4}{x-2}$** On a : $\overrightarrow{PM}\begin{pmatrix} 0 \\ f(x)-x-3 \end{pmatrix}$ $\overline{PM} = f(x) - x - 3 = x + 3 + \frac{4}{x-2} - x - 3 = \frac{4}{x-2}$ D'où $\overline{PM} = \frac{4}{x-2}$		
	4b.	**Calculons la limite de $\overline{PM}$ lorsque x tend vers $+\infty$ ou $-\infty$** $\lim\limits_{x\to-\infty} \overline{PM} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4}{x-2} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4}{x} = 0 = \lim\limits_{x\to+\infty} \overline{PM}$	0,5pt	- 0,25pt pour chaque limite trouvée
	4c.	Etudions le signe de $\overline{PM}$ sur chacun des intervalles $]-\infty\,;2[$ et $]2\,;+\infty[$. 	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4d.	Déduisons la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\Delta) : y = x + 3$ Il suffit d'étudier le signe $f(x) - y = \frac{4}{x-2} = \overline{PM}$ d'ou pour $x \in]-\infty ; 2[$, la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est en dessous de (Δ) pour $x \in]2 ; +\infty[$, la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de (Δ).	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle
	5a.	Traçons la droite (Δ), la droite d'équation x=2 et $(\mathcal{C}_f)$.	0,5pt	- Droite $(\Delta) : 0{,}25pt$ - Droite d'équation x=2 :0,25pt
	5b.		0,5pt	- Extremums : 0,25pt - Courbe $(\mathcal{C}_f)$:0,25pt

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
4	1	Construisons le triangle ABC et plaçons le barycentre G G barycentre de {(A,1),(B,2),(C,1)} donne $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ d'ou  	0,75pt	- Triangle :0,25pt -Méthode de construction : 0,25pt -Construction de G: 0,25pt
	2	Déterminons et représentons l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = AC$ On a : $\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = AC$ $\quad équivaut$ à $\left\|(1+2+1)\overrightarrow{MG}\right\| = AC$ $équivaut$ à $\left\|4\overrightarrow{MG}\right\| = AC$ $équivaut$ à $4MG = AC$ $équivaut$ à $MG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$ (Γ) est le cercle de centre G et de rayon 3cm	1pt	- Transformation de la somme vectorielle : 0,25pt - MG :0,25pt - Conclusion : 0,25pt - Construction :0,25pt
	3a.	Montrons que B appartient à (E) B appartient à (E) si et seulement Si $\left\|\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\right\| = \left\|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right\|$. On a : $\left\|\overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\right\| = \left\|\overrightarrow{BA} + \vec{0} + \overrightarrow{BC}\right\| = \left\|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\right\|$ D'où B appartint à (E)	0,25pt	Apprécier la démarche
	3b.	Déterminons et représentons (E). Soit H milieu du segment $[AC]$ On a :		- 0,25pt pour la transformation

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\left\|\overrightarrow{NA}+2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{NC}\right\| = AC$ $équivaut$ à $\left\|(1+2+1)\overrightarrow{NG}\right\| = \left\|\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HA}+\overrightarrow{BH}+\overrightarrow{HC}\right\|$ $équivaut$ à $\left\|4\overrightarrow{NG}\right\| = \left\|2\overrightarrow{BH}\right\|$ $équivaut$ à $4NG = 2BH$ $équivaut$ à $NG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$ (E) est le cercle de centre G et de rayon 3cm. (E) et (Γ) sont confondus.	0,75pt	- 0,25pt pour la conclusion - 0,25pt pour la construction
	4	Déterminons l'ensemble (F) des points M tels que $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 2AB^2$ Soit J le projeté orthogonal de M sur (AB). On a : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AB} = 2AB^2 > 0$ $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires de même sens ; d'où $\overrightarrow{AJ}.\overrightarrow{AB} = AJ \times AB = 2AB^2$ ce qui équivaut à $AJ = 2AB = 20$ (F) est la droite passant par J et orthogonale à (AB)	0,75pt	- projeté orthogonal de M sur (AB) : 0,25pt - Détermination de AH et procédure : 0,25pt - Conclusion : 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
1	**Déterminons le nombre de jours au bout desquels le tunnel sera percé.** Désignons par L_n la longueur(en mètre) forée après n jours. On a : $L_1 = 300$ et $L_{n+1} = L_n + 5$ (L_n) est une suite arithmétique de raison r=5 et de premier terme $L_1 = 300$. Ainsi, pour tout entier naturel non nul n , on a : $L_n = L_1 + (n-1)r = 295 + 5n$ Le tunnel sera percé lorsque $L_n = 5km =$ 5000m. $L_n = 5000$ $équivaut$ à $300 + 5(n-1) = 5000$ $équivaut$ à $295 + 5n = 5000$ $équivaut$ à $n = 941$ Le tunnel sera percé au bout 941 jours.	1,5pt	C_1 : *Interprétation correcte de la situation* 0,25pt pour le choix de la suite 0,25pt pour l'expression de L_n en fonction de n C_2 :*Utilisation correcte des outils* 0,25pt pour $295 + 5n = 5000$ 0,25pt pour la valeur juste 941 C_3 :Cohérence

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
			0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion
2	**Vérifions si tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ]** Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite. • $I \in (AB)$ $ce\ qui\ implique\ I \in (AJB)\ et\ I \in (CID)$ • $J \in (DC) ce\ qui\ implique\ J \in (CID)\ et\ J \in (AJB)$ Ainsi $\begin{cases} I \in (AJB) \cap (CID) \\ J \in (AJB) \cap (CID) \end{cases}$ $d'où\ (IJ) = (AJB) \cap (CID)$. Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite. Donc tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ].	1,5pt	C_1 : *Interprétation correcte de la situation* 0,5pt pour l'évocation de la recherche de l'intersection des deux plans C_2 :*Utilisation correcte des outils* 0,5pt pour la démonstration de $(AJB) \cap (CID) = [IJ]$ C_3 : Cohérence - 0,5pt pour une bonne conclusion
3	**Déterminons la durée de route homologuée par le projet.** Déterminons la durée de route homologuée par le projet Soit t la durée de route homologuée par le projet, et V la vitesse moyenne décidée par le projet. On a le système suivant : $\begin{cases} Vt = 400 \\ (V+20)(t-1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ Vt - V + 20t - 20 = 400 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ 20t - V = 20 \end{cases}$ D'où l'équation $t(20t-20) = 400 \Leftrightarrow 20t^2 - 20t - 400 = 0$ $\Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0$ $\Delta = (-1)^2 - 4(-20) = 81$; $\sqrt{\Delta} = 9$ ainsi $t_1 = \frac{1-9}{2} = -4$; $t_2 = \frac{1+9}{2} = 5$; Donc la durée de route homologuée par le projet est de 5 heures	1,5pt	C_1 : *Interprétation correcte de la situation* 0,25pt pour le choix des inconnues 0,25pt pour le système posé C_2 : *Utilisation correcte des outils* 0,25pt pour $20t^2 - 20t - 400 = 0$ 0,25pt pour la valeur juste 5 C_3 : Cohérence 0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion
	Présentation	0,5pt	- Clarté : 0,25pt - Orthographe et grammaire : 0,25pt