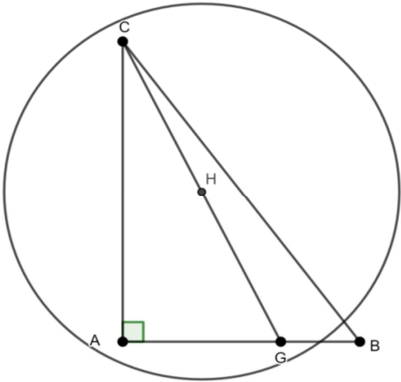


REFERENCES ET SOLUTIONS	BAREMES	COMMENTAIRES
Exercice 1 (série TI) : (03 points)		
1. Montrons que E est un sous espace vectoriel - $0_{\mathbb{R}^3} = (0; 0; 0)$ et on a $0 - 0 + 2(0) = 0$ donc $0_{\mathbb{R}^3} \in E$, d'où $E \neq \emptyset$ - Soient $u = (a; b; c) \in E$ et $v = (x; y; z) \in E$. On a : $\begin{cases} a - b + 2c = 0 \\ x - y + 2z = 0 \end{cases}$ Donc $(a + x) - (b + y) + 2(c + z) = 0$, ainsi $u + v = (a + x; b + y; c + z) \in E$ - Soient $u = (x; y; z) \in E$ et $\alpha \in \mathbb{R}$. On a $x - y + 2z = 0$ donc $\alpha(x - y + 2z) = \alpha \cdot 0$, ainsi $(\alpha x) - (\alpha y) + 2(\alpha z) = 0$ D'où $\alpha \cdot u \in E$. Par conséquent, E est un sous espace vectoriel.	1pt	0.25pt pour $E \neq \emptyset$ 0.5pt pour la stabilité pour la loi + 0.25pt pour la stabilité par la loi externe .
2. $e_1 = (1; 1; 0)$ et $e_2 = (0; 2; 1)$. a. Montrons que e_1 et e_2 sont dans E. - $1 - 1 + 2(0) = 0$ donc $e_1 \in E$ - $0 - 2 + 2(1) = 0$ donc $e_2 \in E$	0.5pt	0.25pt pour e_1 et 0.25pt pour e_2
b. Montrons que $(e_1; e_2)$ est libre de E Supposons qu'il existe $\alpha \in \mathbb{R}$ tel que $e_1 = \alpha e_2$. Donc $\begin{cases} 1 = 0 \\ 1 = 2\alpha \\ 0 = \alpha \end{cases}$ ce qui est absurde. Donc e_1 et e_2 ne sont pas liés, d'où ils sont libres.	0.5pt	Apprécier d'autres méthodes soumises par le candidat
c. Montrons que $(e_1; e_2)$ est générateur : Soit $u = (x; y; z) \in E$, cherchons $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $u = \alpha e_1 + \beta e_2$. On a $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ donc $\begin{cases} \alpha = x \\ \beta = z \end{cases}$ D'où $(e_1; e_2)$ est un système générateur de E.	0.25pt	Apprécier d'autres méthodes soumises par le candidat
d. Déduisons que $(e_1; e_2)$ est une base de E. De ce qui précède, $(e_1; e_2)$ est un système libre et générateur de E, donc $(e_1; e_2)$ est une base	0.25pt	

3. Dimension de E. Une base de E contient deux vecteurs donc $\dim E = 2$	0.25pt	
Exercice 1 (série D): (03 points)		
ABCD est un rectangle de centre O. On donne AD=6cm et AB=3cm 1. Montrons que $R_1(A) = B$ et $R_2(D) = A$ Désignons par $\alpha = \widehat{(\overrightarrow{OC}; \overrightarrow{OD})}$ l'angle de la rotation R_1 et par $\beta = \widehat{(\overrightarrow{OB}; \overrightarrow{OC})}$ l'angle de la rotation R_2 * Comme $OA=OB$ et $\widehat{(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OB})} = \alpha$ alors $R_1(A) = B$ * Comme $OD=OA$ et $\widehat{(\overrightarrow{OD}; \overrightarrow{OA})} = \beta$ alors $R_2(D) = A$	1pt	0,25pt pour la figure 0,25pt pour les angles désignés 0,5pt pour la démonstration.
2. On désigne par $R_1 \circ R_2$ la composée des rotations R_1 et R_2. Calculons $R_1 \circ R_2(O)$ et $R_1 \circ R_2(B)$ $R_1 \circ R_2(O) = R_1[R_2(O)] = R_1(O) = O$ $R_1 \circ R_2(B) = R_1[R_2(B)] = R_1(C) = D$	1pt	0,5pt pour chaque bonne réponse
3. Nature exacte de $R_1 \circ R_2$	1pt	0,5pt pour le centre et

la somme des angles est $\alpha + \beta = \pi$ en plus $R_1 \circ R_2(O) = O$ Donc $R_1 \circ R_2$ est la rotation de centre O et d'angle π ou la symétrie de centre O.		0,5pt pour l'angle																								
Exercice 2 : (05 points)																										
I/ Soit $P(x) = 2x^3 - 26x + 24$. 1. Calculons $P(3)$, puis concluons $P(3) = 2(3)^3 - 26(3) + 24 = 54 - 78 + 24 = 78 - 78 = 0$ Donc 3 est une racine de P.	0.5 pt	0.25 pt pour le calcul correct de $P(3)$ 0.25 pt pour la conclusion																								
2. Déterminons les réels a et b $2(x - 3)(x^2 + ax + b) = 2x^3 + (2a - 6)x^2 + (2b - 3a)x - 6b = 2x^3 - 26x + 24$ par identification des coefficients on : $\begin{cases} 2a - 6 = 0 \\ 2b - 3a = -26 \\ -6b = 24 \end{cases}$ donc $a = 3$ et $b = -4$.	1pt	0.25pt pour la valeur de a 0.25pt pour la valeur de b 0.5pt pour la démarche NB : Accepter la division euclidienne																								
3. Résolvons l'inéquation $(x - 3)(x^2 + 3x - 4) \geq 0$ Posons $(x - 3)(x^2 + 3x - 4) = 0$. Alors $x - 3 = 0$ ou $x^2 + 3x - 4 = 0$. $x - 3 = 0$ donc $x = 3$ $x^2 + 3x - 4 = 0$ $\Delta = 3^2 - 4(1)(-4) = 25 = 5^2$ $x = \frac{-3-5}{2} = -4$ ou $x = \frac{-3+5}{2} = 1$. Tableau de signe : <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-4</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$x-3$</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>x^2+3x-4</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>$(x-3)(x^2+3x-4)$</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>+</td></tr></table> $S_{\mathbb{R}} = [-4; 1] \cup [3; +\infty[$	x	$-\infty$	-4	1	3	$+\infty$	$x-3$	-	-	-	0	+	x^2+3x-4	+	0	-	0	+	$(x-3)(x^2+3x-4)$	-	0	+	0	+	1pt	0.5pt pour les racines de $x^2 + 3x - 4$ 0.25pt pour la dernière ligne du tableau de signe 0.25pt pour l'ensemble solution.
x	$-\infty$	-4	1	3	$+\infty$																					
$x-3$	-	-	-	0	+																					
x^2+3x-4	+	0	-	0	+																					
$(x-3)(x^2+3x-4)$	-	0	+	0	+																					
II/ 1.a. Justifions que x; y et z sont solutions du système (S) Elles achètent en tout 40 fruits donc $2x + 2y + 2z = 40$ d'où $x + y + z = 20$. Pour le rayon de Lydie on a : $150x + 200y + 450z = 5000$ donc $3x + 4y + 9z = 100$ Pour le rayon de Clara on a : $200x + 300y + 600z = 7000$ donc $2x + 3y + 6z = 70$ Ainsi $\begin{cases} x + y + z = 20 \\ 3x + 4y + 9z = 100 \\ 2x + 3y + 6z = 70 \end{cases}$ d'où x, y et z vérifient le système (S).	0.75pt	0.25pt pour équation trouvée et simplifiée																								

1.b. Résolvons le système (S). $\begin{cases} x + y + z = 20 & (L_1) \\ 3x + 4y + 9z = 100 & (L_2) \\ 2x + 3y + 6z = 70 & (L_3) \end{cases}$ $3L_1 - L_2$ donne $-y - 6z = -40$ donc $y + 6z = 40$ $(L_2)'$ $2L_1 - L_3$ donne $-y - 4z = -30$ donc $y + 4z = 30$ $(L_3)'$ $(L_2)' - (L_3)'$ donne $2z = 10$ donc $z = 5$ De $(L_3)'$ on trouve $y + 4(5) = 30$ donc $y = 10$ De (L_1) on trouve $x + 10 + 5 = 20$ donc $x = 5$. $S_{\mathbb{R}^3} = \{(5; 10; 5)\}$	1pt	0.25pt pour la valeur de x 0.25pt pour la valeur de y 0.25pt pour la valeur de z 0.25pt pour la démarche
2. déduisons le nombre d'oranges, de goyaves et d'avocats achetés par chacune des deux enfants Chacune des deux amies a acheté : 5 oranges , 10 goyaves et 5 avocats.	0.75pt	0.25pt pour chaque nombre de fruit trouvé
Exercice 3 : (04 points)		
I/ calculons : 1. Le nombre de tirages possibles : $A_7^2 = 7 \times 6 = 42$. On a 42 tirages possibles	0.5pt	0.25pt pour la méthode 0.25pt pour le résultat
2. Le nombre de tirages contenant deux boules de même couleur : $A_3^2 + A_4^2 = 3 \times 2 + 4 \times 3 = 18$. On a 18 tirages contenant des boules de même couleur	0.75pt	0.5pt pour la méthode 0.25pt pour le résultat
3. Le nombre de tirages contenant deux boules de couleurs différentes : $2 \times A_3^1 \times A_4^1 = 2 \times 12 = 24$. On a 24 tirages ayant des boules de couleurs différentes NB : on pourra aussi faire la différence entre le nombre de tirages possibles et le nombre de tirages ayant des boules de même couleur ($42 - 18 = 24$).	0.75pt	0.5pt pour la méthode 0.25pt pour le résultat
II/ 1. Montrons que (w_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ $w_{n+1} = u_{n+2} - u_{n+1} = \frac{1}{2}u_{n+1} + 3 - \frac{1}{2}u_n - 3 = \frac{1}{2}(u_{n+1} - u_n) = \frac{1}{2}w_n$. Donc (w_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$	0.5pt	
2.a. Montrons que $S_n = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$ $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_{n-1} = \frac{w_0 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)}{1 - \frac{1}{2}} = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$	0.75pt	0.5pt pour la bonne formule de calcul de la somme 0.25pt pour le résultat
2.b. Montrons que $S_n = u_n$ $S_n = w_0 + w_1 + w_2 + \dots + w_{n-1} = u_1 - u_0 + u_2 - u_1 + u_3 - u_2 + \dots + u_n - u_{n-1} = u_n - u_0$ Or $u_0 = 0$ donc $S_n = u_n$	0.5pt	
2.c. déduisons l'expression de u_n en fonction de n. $S_n = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$ et $S_n = u_n$ donc $u_n = 6 \left(1 - \frac{1}{2^n}\right)$	0.25pt	

3. Montrons que pour tout entier n non nul, $0 < u_n < 6$. Pour tout entier non nul n on a : $0 < \frac{1}{2} < 1$ donc $0 < \left(\frac{1}{2}\right)^n < 1$ d'où $-1 < -\left(\frac{1}{2}\right)^n < 0$ Ainsi $0 < 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n < 1$ donc $0 < 6\left(1 - \frac{1}{2^n}\right) < 6$. D'où $0 < u_n < 6$	0.5pt	
EXERCICE 4 (03 points)		
1. Figure 	0.5pt	0.25pt pour le triangle 0.25pt pour le respect des mesures
2. a) Construisons G $G = \text{bar}\{(A ; 1), (B ; 2)\} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ Construction du point G (Voir figure précédente)	0.5pt	0.25pt pour l'écriture vectorielle permettant de construire G 0.25pt pour la construction de G
b) Déduisons une construction du point $H = \text{bar}\{(A ; 1), (B ; 2), (C ; 3)\}$ On a : $H = \text{bar}\{(A ; 1), (B ; 2), (C ; 3)\}$ et $G = \text{bar}\{(A ; 1), (B ; 2)\}$. D'après le barycentre partiel, $H = \text{bar}\{(G ; 3), (C ; 3)\} \Leftrightarrow H$ est le milieu de $[GC]$ Construction du point H (Voir figure précédente)	0.5pt	0.25pt pour l'utilisation du barycentre partiel 0.25pt pour la construction de H
3. a) Montrons que $MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + CH^2$ On a : $MG^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HG})^2 + (\overrightarrow{MH} + \overrightarrow{HC})^2 = 2MH^2 + 2\overrightarrow{MH}(\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HC}) + HG^2 + HC^2$	0.75pt	0.25pt pour la relation de Chasles 0.25pt pour le bon

Or $\overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HC} = \overrightarrow{O}$ et $HG = HC = CH$ $\Rightarrow MG^2 + MC^2 = 2MH^2 + 2CH^2$. D'où le résultat		développement 0.25pt pour le résultat
b) Nature de (E) : $MG^2 + MC^2 = 90$ $MG^2 + MC^2 = 90 \Leftrightarrow 2MH^2 + 2CH^2 = 90 \Leftrightarrow MH^2 + CH^2 = 45 \Leftrightarrow MH^2 = 45 - CH^2$ Or $CH = \frac{CG}{2} \Leftrightarrow CH^2 = \frac{CG^2}{4}$ et $CG = \sqrt{AC^2 + AG^2}$, car le triangle ACG est rectangle en A. $CG = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} \Rightarrow CH^2 = \frac{CG^2}{4} = \frac{80}{4} = 20$ ON a : $MH^2 = 45 - CH^2 = 45 - 20 = 25 \Leftrightarrow MH = 5\text{cm}$ Donc (E) est le cercle de centre H et de rayon 5 cm	0.5pt	0.25pt pour le calcul de CH ou CH^2 0.25pt pour la conclusion ; même pour une mauvaise valeur de CH
c) Construction de (E) (Voir figure précédente)	0.25pt	0.25pt même si la mauvaise valeur du rayon de la question b) est respectée
PARTIE B : Evaluation des compétences (05 points)		
TÂCHE 1 : Cherchons l'année où Mme WATA va acheter son terrain - Bénéfice réalisé par an : $1\,000\,000\text{ FCFA} \times \frac{6}{100} = 60\,000\text{ FCFA}$ - Capital de Mme WATA correspondant à l'année 2012 + n, où $n \in \mathbb{N}$ Soit U_n le capital mis en valeur le 1^{er} Janvier 2012 à 12h On a alors : $U_0 = 1\,000\,000$, $U_1 = U_0 + 60\,000$, ... , $U_{n+1} = U_n + 60\,000$ Donc la suite (U_n) est arithmétique de raison $r = 60\,000$ et de 1^{er} terme $U_0 = 1\,000\,000$ On en déduit que $U_n = U_0 + nr$ équivaut à $U_n = 1\,000\,000 + 60\,000n$ - Prix d'achat du terrain : $2500\text{FCFA} \times 600 = 1\,500\,000\text{ FCFA}$ - Valeur minimale de n pour que $U_n \geq 1\,500\,000$ $U_n \geq 1\,500\,000 \Leftrightarrow 1\,000\,000 + 60\,000n \geq 1\,500\,000 \Leftrightarrow n \geq 8,33$ Donc $n = 9$ - L'année de l'achat du terrain : On a : $2012 + 9 = 2021$. Donc Mme WATA va acheter son terrain à partir du 1^{er} Janvier 2021 à 12 heures précises.	C1 : 0.5pt Interprétation correcte de la situation C2 : 0.5pt Utilisation correcte des outils C3 : 0.5pt Cohérence	0.25pt pour l'évocation du bénéfice et prix d'achat du terrain 0.25pt pour les opérations conduisant à la détermination du nombre d'année n 0.25pt pour les valeurs du bénéfice et du prix d'achat 0.25pt pour la valeur de n et l'année de l'achat du terrain 0.25pt pour le bon enchainement 0.25pt pour les unités et la bonne conclusion
TÂCHE 2 : Calculons la dépense pour l'achat du fil barbelé - Longueur de fil nécessaire pour toute la clôture : $(100 - 4) \times 4 = 384\text{ mètres}$ - Dépense : $384 \times 750\text{ FCFA} = 288\,000\text{ FCFA}$	C1 : 0.5pt Interprétation correcte de la situation	0.25pt pour les opérations conduisant à la détermination de la longueur du fil 0.25pt pour l'opération

Pour l'achat du fil barbelé, Mme WATA va dépenser 288 000 FCFA.		conduisant à la détermination de la dépense
	C2 : 0.5pt Utilisation correcte des outils	0.25pt pour la longueur du fil 0.25pt pour la dépense
	C3 : 0.5pt Cohérence	0.25pt pour le bon enchaînement 0.25pt pour les unités et la bonne conclusion
TÂCHE 3 : Calculons le gain de chacun des garçons	C1 : 0.5pt Interprétation correcte de la situation C2 : 0.5pt Utilisation correcte des outils C3 : 0.5pt Cohérence	0.25pt pour l'opération conduisant au gain total 0.25pt pour l'opération conduisant au gain individuel
- Gain total destiné aux 3 garçons : $100\text{ FCFA} \times 600 = 60\,000\text{ FCFA}$ - Gain individuel : $60\,000 \div 12 = 5\,000\text{ FCFA}$		0.5pt pour les 2 résultats (gains) trouvés
Donc chaque Garçon recevra 5 000 FCFA		0.25pt pour le bon enchaînement 0.25pt pour les unités et la bonne conclusion

Présentation portant sur l'ensemble de la copie :lisibilité(0,25pt) Orthographe et grammaire(0,25pt)