

**EPREUVE DE MATHÉMATIQUES : TEST No 5 – Coef 07**

**Évaluation ressources:** Hyperbole ( ) ; Arithmétiques ( ) ; Similitude du plan et nombres complexes ( ) ; Isométrie de l'espace ( ) ; Applications linéaires de l'espace ( ) ; Statistiques ( ) ; Probabilité ( ) ; Calcul intégral ( ) . **Évaluation/compétences :** Conics and curves ( /5pts).

Copie remise le : / / 2021. **Nom(s)+signature du parent :**

**Évaluation des ressources (15 pts)**

**Exercice 1 :** (05 pts) Considérons les coniques (E) :  $x^2 - y^2 - x - 3y - 12 = 0$  et (F) :  $(x - 2)(y + 1) = 10$ . Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O,  $\vec{i}, \vec{j}$ ).

- 1- Par changement de repère, montrer que (F) a une nouvelle équation:  $Y = \frac{10}{X}$  que vous tracerez. 1pt
- 2- Montrer que (F) est l'image de (E) par la similitude S de centre l'origine du repère, de rapport  $\sqrt{2}$  et d'angle  $\frac{\pi}{4}$ , puis caractérisez (F). 2pts
- 3- Justifier que  $x^2 - y^2 - x - 3y - 12 = 0$  équivaut à (H) :  $(x - y - 2)(x + y + 1) = 10$ . 0,5pt
- 4- Déterminer alors les points de (E) qui ont des coordonnées entières. 1,5pt

**Exercice 2 :** (05 pts)

Soit E un espace vectoriel de base orthonormée  $B = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  et  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{n} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{k}$ . Soit  $f$  l'endomorphisme de E définie par  $f(\vec{u}) = (\vec{a} \wedge \vec{u}) \wedge \vec{n}$ . Soit (D) la droite passant par A(1 ; -1 ; 2) et de vecteur directeur  $\vec{a}$ . R est le demi-tour d'axe (D).

- 1- Donner la **matrice et l'expression analytique de f** dans B. 1pt
- 2- Déterminer **ker(f), Im(f)** et dire si  $f$  est **bijective**. 1,5pt
- 3- Montrer que **f of f = f** et déterminer l'expression analytique de R. 1,5pt
- 4- Ecrire la **matrice de f dans la nouvelle base B' = (a, n, b)**. 1pt

**Exercice 3.** (05 pts)

- 1- Montrer que pour  $x > 1$ ,  $\frac{1}{2}w(x) \leq \int_1^x \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt \leq w(x)$  sachant que  $w(x) = 1 - \frac{1}{x} - \frac{\ln(x)}{x}$ . 2pts
- 2- On estime le bénéfice Y d'une entreprise en fonction du chiffre d'affaire cumulé X sur dix mois :

Mois	janvier	février	mars	avril	mai	juin	juillet	août	septembre	octobre
X (en millions de FCFA)	4	5	6	8	9	10	11	12	13	15
Y (en centaines de milliers de FCFA)	1,2	2,2	3	5	6,3	6,9	8	9	10	12

**Dire si la corrélation entre X et Y est bonne et donner la droite de Mayer de X et Y.** 1,5 pt

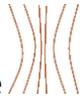
- 3- Dans une école, il y a 45% de filles et le reste des élèves sont des garçons. 30% des filles aiment le cours de mathématiques et 75% des garçons disent ressentir le contraire envers les mathématiques. Déterminer la probabilité qu'un élève choisi au hasard dans cette école, aime le cours de mathématiques. 1,5pt

**Évaluation des compétences (05 pts)**

Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans les situations de vie où interviennent les définitions géométriques et analytiques d'une conique.

**Situation-problème :** Deux pointes d'une fourche excitée par un diapason électrique frappent synchroniquement la surface d'une cuve rectangulaire remplie d'eau. Ces pointes situées en A et B (distincts) génèrent des ondes circulaires, de longueur d'onde  $\lambda$ , qui se propagent à la surface. Dans ce cas on a interférence d'ondes mécaniques scalaires. L'amplitude de vibration est maximale aux points M tels que  $|AM - BM| = k\lambda$  avec  $k$  entier naturel. On pose  $c = \frac{AB}{2}$ , O = milieu de [AB],  $a = \frac{k\lambda}{2}$  et  $b = \sqrt{c^2 - a^2}$ . Toto aimerait comprendre pourquoi une émission scientifique dit « **qu'on représente l'ensemble des points M grâce à des hyperboles homofocales d'équations (H<sub>a,b</sub>):  $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$**  ».

**Tâches :**

1. Utiliser l'allure des courbes associées aux équations  $(H_{a,b})$  pour expliquer l'allure suivante  observée des points M d'amplitude de vibration maximale. (1,5pt)
2. Expliquer à partir de  $|AM - BM| = k\lambda$  d'où viennent les équations  $(H_{a,b})$  si on considère un repère du plan de centre O et d'axe des abscisses (AB). (1,5pt)
3. Expliquer pourquoi on parle « hyperboles homofocales ». (1,5pt)



**Présentation générale: 0,5 point** [« Don't forget to protect ourselves from Covid19 by following the barrier measures », Dpt of Mathematics]