

	Épreuve de MATHÉMATIQUES Trimestre 3 -Contrôle continu 1 -Durée : 3H30 -Coef : 7	Classe : T^{le}C
	Compétence : Traiter et interpréter des informations comportant une chaîne de nombres. Evaluer de l'aire d'un domaine. Modéliser un réseau routier sous forme d'un graphe.	
Appréciations de la production : - Expert (A+)[18-20] - Acquis (A)[15-17] - En cours d'acquisition (EA)[11-14] - Non acquis (NA)[0-10]		Notée sur 20

PARTIE A : ÉVALUATION DE RESSOURCES 15 points

EXERCICE I 3,5 points

Le plan $(\mathcal{P})$ est muni d'un repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique 2cm. Soit f la transformation du plan qui à tout point $M(x; y)$ associe le point $M'(x'; y')$ tel que : $\begin{cases} 4x' = x - \sqrt{3}y \\ 4y' = \sqrt{3}x + y \end{cases}$

1. a. Déterminer l'écriture complexe de f . **0,5 pt**
 b. En déduire que f est une similitude directe plane dont on déterminera le centre, le rapport et l'angle. **0,5 pt**
2. Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tel que :
 $7x^2 + 13y^2 - 6\sqrt{3}xy = 64$ et (Γ') son image par f
 a. Montrer que (Γ') a pour équation réduite $x'^2 + \frac{y'^2}{4} = 1$. **0,75 pt**
 b. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Γ') . **0,5 pt**
 c. En déduire que (Γ) est une ellipse dont on précisera le centre, les foyers, les sommets et l'excentricité. **0,5 pt**
3. Construire (Γ) et (Γ') . **0,75 pt**

EXERCICE II 3,75 points

Soit u_n une suite définie par :

- $u_0 > 1$
 - pour tout entier naturel $n \geq 0$, $u_n \geq 0$
 - pour tout entier naturel $n > 0$, $u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_{n-1}$
1. On choisit $u_0 = 3$. déterminer u_1 et u_2 . **0,5 pt**
 2. Pour tout entier $n > 0$, on note $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1} = u_0 \times u_1 \times u_2 \times \dots \times u_{n-1}$.
 On a en particulier $S_1 = u_0$.
 a. Vérifier que pour tout entier $n > 0$, $S_{n+1} = S_n + u_n$ et $S_n > 1$. **0,5 pt**
 b. En déduire que pour tout entier $n > 0$, $u_n = \frac{S_n}{S_n - 1}$. **0,5 pt**
 c. Montrer que pour tout $n \geq 0$, $u_n > 1$. **0,75 pt**
 3. Le tableau ci-dessous donne les valeurs arrondies au millièm de u_n pour différentes valeurs de l'entier n

n	0	5	10	20	30	40
u_n	3	1,140	1,079	1,043	1,030	1,023

Quelle conjecture peut-on faire sur le sens de variations de la suite (u_n) ? **0,5 pt**

4. a. Justifier que pour tout entier $n > 0$, $S_n > n$. **0,75 pt**
 b. En déduire la limite de la suite (S_n) puis celle de la suite (u_n) . **0,25 pt**

EXERCICE III 3,5 points

Une grande ville a créé un jardin pédagogique sur le thème de l'écologie, jardin qui doit être visité par la suite par la majorité des classes de cette ville. Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes :

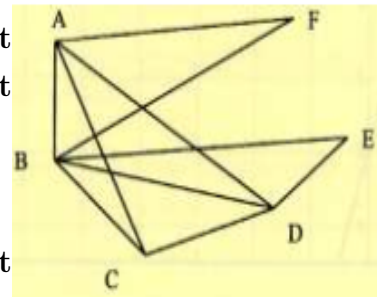
A. Eau B. Economie d'énergie C. Plantations et cultures locales
 D. Développement durable E. Biotechnologies F. Contes d'ici (et d'ailleurs)

Ces zones sont reliées par des passages (portes) où sont proposées des questionnaires.

Le jardin et les portes sont représentés par le graphe ci-dessous (chaque porte et donc chaque

questionnaire est représenté par une arête)

1. Donner la matrice G associée à ce graphe. **1 pt**
2. Le graphe est-il complet ? Est-il connexe ? Justifier. **1 pt**
3. Peut-on parcourir le jardin en répondant à tous les questionnaires et sans repasser deux fois devant le même questionnaire :



- a. En commençant la visite par n'importe quelle zone ? **0,5 pt**
- b. En commençant la visite par la zone C (plantations et cultures) ? Dans ce cas, si la réponse est positive, quelle sera la dernière zone visitée. **1 pt**

EXERCICE IV 4,25 points

On donne ci-dessous la proportion en pourcentage, du nombre d'enfants nés hors mariage dans une localité

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
Proportion y_i	11,4	19,6	30,1	37,6	42,6	45,2

1. a. Construire le nuage de points de coordonnées $(a_i; y_i)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal suivant. **1 pt**
 - sur l'axe des abscisses, on placera 1980 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm
 - sur l'axe des ordonnées, on placera 10 à l'origine et on prendra comme unité 0,5 cm
- b. un ajustement affine semble-t-il adapté ? **0,25 pt**
2. On note a l'année et y la proportion, on pose $x = a - 1950$ et $t = \ln x$

- a. Compléter le tableau suivant : **1,25 pt**

Année a_i	1980	1985	1990	1995	2000	2003
$x_i = a_i - 1950$	30					
$t_i = \ln x_i$	3,401					
y_i	11,4					

- b. Exprimer y en fonction de t par une régression linéaire en utilisant la méthode des moindres carrés. (On arrondira les coefficients au dixième) **1 pt**
- c. En déduire la relation : $y = 61,3 \ln x - 197$. **0,5 pt**
- d. Quel pourcentage du nombre d'enfants nés hors mariage peut-on prévoir en 2025 en utilisant cet ajustement ? **0,25 pt**

PARTIE B : EVALUATION DE COMPÉTENCES 5 points

Pour l'organisation de son incroyable anniversaire, Steyvie décide de retirer ses économies dans son coffre-fort dont elle se souvient juste que le code est un nombre de trois chiffres s'écrivant

$$\overline{xyz} \text{ dans le système décimal et solution du système : } \begin{cases} xy + xz + yz = xyz \\ 0 < x < y < z \end{cases}.$$

avec ses économies elle voudrait passer une commande de 400 t-shirts à floquer avec un logo d'épaisseur négligeable chez un serigraphe. Le logo représente dans un plan muni d'un repère orthormé d'unité graphique 1 cm, le domaine délimité par les droites d'équations respectives $x = 0$, $x = \pi$ et les courbes représentatives des fonctions f et g définies par

$f(x) = e^{-x}(1 - \cos x + \sin x)$ et $g(x) = -e^{-x} \cos x$. Le centimètre carré de matière utilisée pour le logo de ce serigraphe revient à 150 Fcfa. Et enfin offrir une visite à ses invités dans un jardin de la place, Ce jardin comporte six zones distinctes correspondant aux thèmes : A. Eau B. Economie d'énergie C. Plantations et cultures locales D. Développement durable E. Biotechnologies F. Contes d'ici (et d'ailleurs) Ces zones sont reliées par des passages (portes)(voir figure de l'exercice III).

1. Aide-la à retrouver le code de son coffre-fort. **1,5 pt**
2. Aide-la à retrouver la somme exigée pour le flocage des t-shirts. **1,5 pt**
3. Aide-la à savoir si le nombre chromatique de ce graphe est supérieur à 4. **1,5 pt**

Présentation : 0,5 point