

PREPARATION-PROBATOIRE D 2021

EVALUATION DES RESSOURCES

I. PARTIE TRIGONOMETRIE ET GEOMETRIE ANALYTIQUE

EXERCICE 1

- I) Soit $P(x) = -2 \sin^2 x - 2\sqrt{3} \cos x \sin x + 1$
- a) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$, $P(x) = \cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x$. 0.75pt
- b) En déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$, $P(x) = 2 \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right)$. 0.5pt
- c) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ l'équation $P(x) = \sqrt{2}$ et représenter les images des solutions sur le cercle trigonométrique. 2pts
- II) Soit (E) l'ensemble des points $M(x,y)$ vérifiant le système $\begin{cases} x = 2 \cos t - 1 \\ y = 2 \sin t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$
- Soit les points $B(0 ; 1)$ et $A(-1 ; 2)$
- Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (E) 0.75pt
 - Les points A et B appartiennent-ils à (E) 1pt
 - Déterminer l'équation cartésienne de (E) 1pt

EXERCICE 2

On considère l'équation (E) : $8t^3 - 4\sqrt{3}t^2 - 2t + \sqrt{3} = 0$

- Vérifier que $(4 + 4\sqrt{3})^2 = 64 + 32\sqrt{3}$ 0,5 pt
- Vérifier que $\frac{1}{2}$ est une solution de (E). 0,5 pt
- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E). 1 pt
- Déduire dans $] -\pi ; \pi]$ les solutions de (E') : $8(\sin x)^3 - 4\sqrt{3}(\sin x)^2 - 2\sin x + \sqrt{3} = 0$. 1 pt
- Représenter sur le cercle trigonométrique les solutions de (E'). 0,75 pt

EXERCICE 3

On considère l'expression trigonométrique $H(t) = \sqrt{3} \cos(2t) + \sin(2t)$

- a) Montrer que $H(t) = 2 \cos \left(2t - \frac{\pi}{6} \right)$. 0,5 pt
 - b) Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ l'équation $H(t) = -\sqrt{2}$. 1 pt
 - c) Résoudre dans $] -\pi ; \pi]$ l'inéquation $H(t) \geq -\sqrt{2}$. 0,5 pt
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$, le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 5 \\ 2x + y + 3z = 11 \end{cases} \quad 1.25pt$$

EXERCICE 4

1) Soit $(E): 4x^2 + 2(\sqrt{2} - 5)x - 5\sqrt{2} = 0$

a) Montrer que (E) admet deux solutions distinctes. (0,5pt)

b) Montrer que $\frac{5}{2}$ est une solution de (E) , puis déduire sans résoudre l'équation l'autre solution. (0,5pt)

1) On considère sur $]-\pi; \pi]$ l'équation $(E'): 2\cos 4x + 2(\sqrt{2} - 5)\cos 2x + 2 - 5\sqrt{2} = 0$

a) En posant $X = \cos 2x$, montrer que (E) et (E') sont équivalentes. (0,5pt)

b) Résoudre (E') , puis placer ses solutions sur le cercle trigonométrique. (1pt)

EXERCICE 5

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2t^2 + \sqrt{3}t - 3 = 0$. 1pt

2. Déterminer deux nombres réels r et φ tels que pour tout x de $\mathbb{R}$, on ait :

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = r \cos(x - \varphi). \quad 0,5pt$$

3. (a) Utiliser les résultats des questions 1 et 2 pour résoudre dans l'intervalle $[0; 2\pi[$,

l'équation $(E): (2 \sin^2 x + \sqrt{3} \sin x - 3)(\sqrt{3} \cos x + \sin x - \sqrt{2}) = 0$. 1,75pt

(b) Représenter les images des solutions de (E) sur un cercle trigonométrique. 0,75pt

EXERCICE 6

Soit le polynôme $P(x) = -4x^2 + (2\sqrt{3} - 2)x + \sqrt{3}$.

1. Calculer $(2\sqrt{3} + 2)^2$. (0,25 pt)

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. (0,75 pt)

3. En déduire les solutions dans $[0, 2\pi]$ de l'équation trigonométrique :

$$-4\cos^2 x + (2\sqrt{3} - 2) \cos x + \sqrt{3} = 0 \quad (1,25 \text{ pt})$$

4. Déterminer et représenter graphiquement, sur le cercle trigonométrique, l'ensemble des solutions dans $[0, 2\pi]$ de l'inéquation : $\cos x \geq \frac{\sqrt{3}}{2}$. (0,75 pt)

EXERCICE 7

On considère l'expression : $A(x) = 2\cos^2 x - 2\sqrt{3} \sin x \cos x - 1$.

1. Montrer que $A(x) = -\sqrt{3} \sin 2x + \cos 2x$. 0,5pt

2. Déterminer les réels p et q tels que : $A(x) = p \cos(2x + q)$. 0,5pt

3. Résoudre dans l'intervalle $]-\pi; \pi]$ l'équation $A(x) = 1$. 0,5pt

EXERCICE 8

On considère l'équation $(E): (\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x + 2\sqrt{3} = 0$.

1. Sachant que $\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}$ calculer les valeurs exactes de $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$. 1pt

2. Ecrire l'équation (E) sous la forme $a \cos(x - \varphi) + 2\sqrt{3} = 0$ où les réels a et φ sont à déterminer. 0,75pt

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) . 0,75pt

4. Déduire les solutions dans $]0; 2\pi[$ de l'équation (E) . 0,75pt

EXERCICE 9

1. Montrer que tout x, y réels différents de $\frac{\pi}{2} + k\pi$, avec k nombre entier on a $\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$
En déduire l'expression de $\tan 2x$ en fonction de $\tan x$ pour x différent de $\frac{\pi}{2} + k\pi$
2. On donne $\tan x = \sqrt{2} - 1$.
Calculer $\tan 2x$ et trouver x , sachant que x appartient à $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

EXERCICE 10

On considère l'expression $P(x) = \cos 4x - 5 \cos 2x - 6$ dans laquelle x est un nombre réel appartenant à l'intervalle $]-\pi, \pi]$.

1. Exprimer $P(x)$ en fonction de $\cos 2x$ seulement. **1pt**
2. Résoudre alors dans $]-\pi, \pi]$, l'équation, $2 \cos^2 2x - 5 \cos 2x - 7 = 0$. **2pts**
3. Placer les solutions sur le cercle trigonométrique. **1pt**

II. PARTIE BARYCENTRE

EXERCICE 1

ABC est un triangle équilatéral de côté 5cm

- 1) a) construire le point G barycentre de (A ;1) ; (B ; -1) et (C ; 1). (0,75pt)
b) Démontrer que ABCG est un parallélogramme. (0,5pt)
- 2) Déterminer l'ensemble (F) des points M tels que $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \frac{5\sqrt{3}}{2}$ (0,5pt)
- 3) Soit I le milieu de [AC], vérifier que I appartient à (F) puis construire (F)

EXERCICE 2

1. Soient A et B deux points du plan tels que $AB = 5$. On désigne par I le milieu de $[AB]$.
(a) Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 25$. **1pt**
(b) Déterminer l'ensemble $\mathcal{D}$ des points M du plan tels que $MA^2 - MB^2 = 0$. **0,75pt**
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(-2; 3)$ et $B(4; -1)$.
On note I le point tel que B soit le symétrique de A par rapport I .
(a) Déterminer les coordonnées du point I . **0,5pt**
(b) Montrer que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$. **0,5pt**
(c) Déterminer l'ensemble $\mathcal{L}$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = -9$. **0,75pt**

EXERCICE 3

ABC est un triangle. I, J et K sont trois points définis par :

$$\overrightarrow{IB} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{IC}; \quad \overrightarrow{JA} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{JC}; \quad \overrightarrow{KB} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{KA}$$

- 1 Faire une figure. 0.5 pt
- 2 Justifier que : I est le barycentre de $(B, 2)$ et $(C, 1)$; J est le barycentre de $(A, 3)$ et $(C, 2)$; K est le barycentre de $(B, 4)$ et $(A, 3)$. 0.25pt×3
- 3
 - a. Justifier qu'il existe le point G , barycentre des points $(A, 3)$, $(B, 4)$ et $(C, 2)$. 0.25 pt
 - b. Démontrer que les points suivants sont alignés : 0.5pt×3
 - i. G, A, I
 - ii. G, B, J
 - iii. G, C, K .
 - c. En déduire que les droites (AI) , (BJ) et (CK) sont concourantes. 0.5 pt
Construire le point G , justifier la réponse. 0.5 pt

EXERCICE 4

ABC est un triangle équilatéral de côté 4 cm. D est le point du plan tel que :

$$3\overrightarrow{DA} - \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}.$$

- 1 Démontrer que D est barycentre des points A, B, C affectés des coefficients que l'on déterminera. 1pt
- 2 I étant le milieu du segment $[AC]$.
 - a. Démontrer que D est le barycentre des points B et I affectés des coefficients que l'on déterminera. 0,5pt
 - b. En déduire que D appartient à la médiatrice du segment $[AC]$ 0,5pt
- 3
 - a. Calculer ID, AD et BD . 0.5×3pt
 - b. Déterminer l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M du plan tels que $2\overrightarrow{MA}^2 - \overrightarrow{MB}^2 + 2\overrightarrow{MC}^2 = 16$. 1pt
 - c. Vérifier que le centre de gravité O du triangle ABC appartient à $\mathcal{E}$ 0,5pt
- 4 Représenter $\mathcal{E}$ 0.5pt

EXERCICE 5

ABC est un triangle tel que $AB = 10$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 12$ cm. G est le point tel que

$$\overrightarrow{AG} - 2\overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}.$$

1. Montrer que G est le barycentre des points pondérés $(A, 1), (B, 2)$ et $(C, 1)$. (0,25 pt)
2. Faire une figure et construire le point G . (0,5 pt)
3. Soit (C) l'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$.
 - a. Démontrer que $B \in (C)$. (0,5 pt)
 - b. Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est indépendant du point M . (0,5 pt)
 - c. Déterminer et construire l'ensemble (C) . (0,75 pt)

EXERCICE 6

- A. LKM est un triangle équilatéral de côté 4cm. I le milieu de [LK], On pose $f(M) = ML^2 + MK^2$ et $g(M) = ML^2 - MK^2$.
1. a. Montrer que $f(M) = 2MI^2 + 8$. 0,5pt
 b. Déterminer l'ensemble (E) des points M vérifiant l'égalité $f(M) = 12$. 0,5pt
 c. Justifier que le point L n'appartient pas à (E). 0,25pt
 2. a. Montrer que $g(M) = 2\vec{IM} \cdot \vec{LK}$. 0,5pt
 b. Soit (F) l'ensemble des points M vérifiant l'égalité $g(M) = 10$. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (F). 0,5pt

EXERCICE 7

L'unité de longueur est centimètre.

ABC est un triangle tel que AB=4 ; AC=6 et BC=7.



- 1- Construire le triangle ABC. [0,5pt]
- 2- Construire le barycentre G des points pondérés (A, 1), (B, 3) et (C, 4). [0,5pt]
- 3- Donner les écritures les plus réduites respectives des vecteurs :
 $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}$ et $\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}$. [0,5pt]
- 4- Déterminer puis construire l'ensemble des point M tels que :
 - i- $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}$ et $\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}$ sont colinéaires. [1pt]
 - ii- $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}$ et $\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}$ ont une même norme. [1pt]
 - iii- $\vec{MA} + 3\vec{MB} + 4\vec{MC}$ et $\vec{MA} + 3\vec{MB} - 4\vec{MC}$ sont orthogonaux. [1pt]

III. PARTIE FONCTIONS

EXERCICE1

Le plan es muni d'un $(0 ; I, J)$ d' unité graphique 1cm.

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 6}{x - 2}$. On note (C) sa courbe représentative dans le repère $(0 ; I, J)$.

- 1) Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$ 0.5pt
- 2) Justifier que (C) admet la droite $(\Delta): x = 2$ comme asymptote verticale. 0.5pt
- 3) Démontrer que la droite $(D): y = x - 1$ est asymptote oblique à (C). 0.75pt
- 4) Etudier la dérivabilité de f en 0 et 3 donner à chaque fois une équation de la tangente à (C) en ces points 1.5pt
- 5) Montrer que pour tout x de $\mathbb{R} - \{2\}$, $f'(x) = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$. 0.75pt
- 6) En déduire les variations de f et dresser son tableau de variation . 1pt

EXERCICE 2

Soit f la fonction de la variable numérique telle que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x}$ définie pour tout réel x non nul. On note (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé du plan.

1. On suppose que (C_f) passe par les points $D(1, 401)$, $E(-5, -85)$ et $F(4, 104)$.

Déterminer les valeurs des réels a , b et c .

1 pt

2. Pour la suite on prendra $f(x) = \frac{x^2+400}{x}$

a. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

1 pt

b. Donner en justifiant les équations des asymptotes à la courbe (C_f) .

0.5 pt

c. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation sur $\mathbb{R} - \{0\}$.

1 pt

d. Construire soigneusement la courbe de f .

1 pt

EXERCICE 3

Soit f la fonction numérique de la variable réelle définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

0,5pt

- 2) Calculer la dérivée f' de f et dresser le tableau de variation de la courbe f .

1,25pt

- 3) Construire avec soin la courbe (C_f) dans le repère orthonormé $(O; I; J)$.

1pt

- 4) m étant un paramètre réel, Déterminer graphiquement suivant les valeurs de m , le signe et le nombre solutions de l'équation : $\frac{x^3}{3} - x^2 + 1 - m = 0$

1pt

EXERCICE 4

On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{-2x^2+3x-9}{1-x}$. On note (C_f) la courbe de f dans un repère orthogonal du plan. On prendra 1 Cm sur l'axe des abscisses et 0,5 Cm sur l'axe des ordonnées.

- 1- Déterminer l'ensemble de définition D_f de f et calculer les limites aux bornes de cet ensemble.

1,25pt

- 2- Montrer que pour tout $x \in D_f$, $f(x) = 2x - 1 - \frac{8}{1-x}$

0,25pt

- 3- Montrer que la droite $(D): y = 2x - 1$ est asymptote oblique à (C_f)

0,25pt

- 4- Étudier la position de (C_f) par rapport à (D)

0,5pt

- 5- Montrer que le point $\Omega\left(\frac{1}{1}\right)$ est centre de symétrie de (C_f)

0,5pt

- 6- Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations

1,25pt

- 7- Écrire l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 2

0,5pt

- 8- Tracer soigneusement (C_f) , (D) et (T)

1pt

- 9- Tracer dans le même repère en bleu la courbe de la fonction $g(x) = |f(x)|$

0,5pt

EXERCICE 5

Le tableau ci-dessous est celui d'une fonction f donc la courbe représentative dans un repère est (C_f)

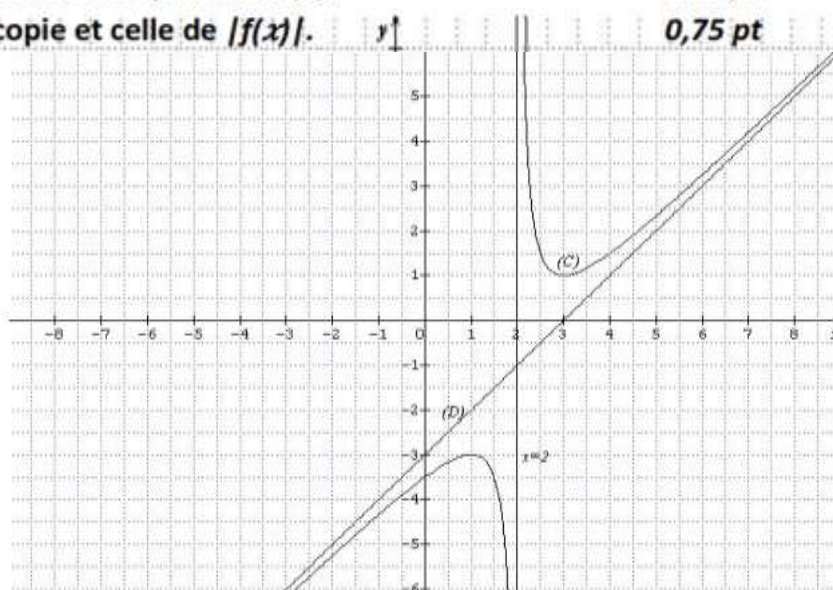
x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$						

- 1- Déterminer le domaine de définition ainsi que les limites aux borne du D_f [5pt]
- 2- On suppose que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$. déterminer les réels a, b et c [6pt]
- 3- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 1$ est asymptote à (C_f) puis etudier ses position relative avec (C_f) [3pt]
- 4- Montrer que le point $\omega\left(-\frac{2}{-1}\right)$ est centre de symétrie a (C_f) [2pt]
- 5- Construire dans un repère (C_f) ainsi que ses asymptotes [4pt]

EXERCICE 6

Soit la représentation graphique ci-dessous d'une fonction f .

1. Déterminer l'ensemble de définition de f . 0,5pt
2. Préciser les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 1pt
3. Dresser le tableau de variations de f . 0,75 pt
4. Déduire le signe de f . 0,5 pt
5. Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) . 0,5 pt
6. On suppose que l'équation de la courbe (C) est de la forme $ax + b + \frac{c}{x+d}$ avec $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ déterminer les réels a, b, c et d . 1 pt
7. Démontrer que la droite (D) est asymptote oblique à (C) . 0,5 pt
8. Démontrer que le point $(2, -1)$ est centre de symétrie à (C) . 0,75 pt
9. Reproduire la courbe de f sur votre copie et celle de $|f(x)|$. 0,75 pt



EXERCICE 7

On considère la fonction numérique définie pour tout réel $x \neq -1$ par $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$. On note (C_f) dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, la courbe représentative de f .

1. Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1pt**
2. Déterminer les réels a, b et c tels que pour tout $x \neq -1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$. **0,5pt**
3. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à (C_f) ; puis déterminer une équation de l'autre asymptote. **0,75pt**
4. Montrer que le point $\Omega(-1; -2)$ est centre de symétrie de (C_f) . **0,75pt**
5. (a) Montrer que pour tout $x \neq -1$, on a : $f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$. **0,5pt**
(b) En déduire le sens de variation de f et dresser son tableau de variation. **0,75pt**
6. Construire la courbe (C_f) ainsi que ses asymptotes. **0,75pt**

EXERCICE 8

1. Soit a et b deux nombres réels. On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 + ax + b}{x+2}$. Déterminer a et b pour que la représentation graphique de f passe par $A(0; \frac{5}{2})$ et admet en ce point une tangente d'équation $y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{2}$. **0,75pt**
2. Dans la suite, on suppose $a = 4$ et $b = 5$. On note (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) .
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de f et calculer les limites aux bornes de Df . **0,75pt**
 - b. Déterminer les réels c, d et e tels que $f(x) = cx + d + \frac{e}{x+2}$. **0,5pt**
 - c. Déterminer les équations cartésiennes des deux asymptotes de la courbe (C_f) . **0,5pt**
 - d. Montrer que le point $K(-2, 0)$ est centre de symétrie de (C_f) . **0,5pt**
 - e. Calculer la dérivée f' de f , déduire le sens de variations de f et dresser le tableau de variations de f . **1pt**
 - f. Déterminer les coordonnées du point de rencontre de (C_f) avec les différents axes. **0,5pt**
 - g. Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse $x_0 = 0$. **0,5pt**
 - h. Existent-ils des points de (C_f) où la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$? **0,5pt**
 - i. Tracer dans le même repère orthonormé, la tangente (T) , la courbe (C_f) et ses asymptotes.
 - j. Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions de l'équation $f(x) = 5$. **0,25pt**

EXERCICE 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $f(x) = 1 - \frac{2}{x-1}$.

Soit C_f la courbe représentative de f et (H) la courbe d'équation $y = -\frac{2}{x}$ dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. (a) Déterminer par ses coordonnées le vecteur de translation qui transforme (H) en C_f .
(b) Construire (H) et C_f dans le même repère.
2. Sans avoir à étudier les variations de f , dresser le tableau de variation de la fonction.
3. Déterminer graphiquement :
(a) l'abscisse du point I , intersection de C_f et de l'axe des abscisses.
(b) les solutions de l'équation $f(x) = \frac{-2}{x}$
4. (a) Vérifier que pour tout réel x de $\mathbb{R}\{1\}$, on a : $f(x) = \frac{x-3}{x-1}$
(b) Retrouver algébriquement l'abscisse de I .
5. (a) Dédire des résultats précédents, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.
(b) Tracer la courbe de la fonction h définie par : $h(x) = |f(x)|$ dans le même repère orthonormé.
6. Soit un réel k , déterminer en fonction de k le nombre et le signe des solutions de l'équation $h(x) = k$.

IV. PARTIE SUITES NUMERIQUES

EXERCICE 1

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{2u_n+1}{u_n+2}$

1. Calculer u_1 et u_2 . La suite (u_n) est-elle arithmétique ? 1 pt
2. On pose pour tout entier naturel n , $v_n = \frac{1+u_n}{2-2u_n}$
 - a. Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 3 dont on déterminera le premier terme. 1 pt
 - b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . 1 pt
3. On pose pour tout entier naturel n , $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$ Calculer en fonction de n la valeur de S_n . 0.5 pt

EXERCICE 2

1- On considère la suite $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} V_0 = 50 \\ V_{n+1} = 1,1V_n - 4 \end{cases}$ et la suite $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$W_n = V_n - 40$$

a- Démontrer que W_n est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme [3pt]

b- En déduire les expressions de W_n et de V_n en fonction de n [4pt]

1- Au mois de janvier 2011, un constructeur métallique reçoit une commande de 100 verrous à livrer en 2012 alors qu'il n'en avait stocké de 50. Pour répondre à cette offre, il augmente son stock de 10% tous les mois, et détruit 4 verrous dans le même temps pour malformation. Soit $P_0 = 50$ et P_n le nombre de verrous stockés n mois après 2011

a- Calculer P_1, P_2 et en déduire une relation entre P_n et P_{n+1} [3pt]

b- Déterminer le nombre de verrous livrés par le constructeur en 2024 [2pt]

EXERCICE 3

On relève les tailles, en cm, des élèves d'une classe de 1^{ère} du lycée, et on les regroupe en 5 classes d'amplitudes respectives $a_1 ; a_2 ; a_3 ; a_4 ; a_5$ et de densités respectives $d_1; d_2; d_3; d_4$ et d_5 .

1. Sachant que $a_1 ; a_2 ; \dots ; a_5$ sont les 5 premiers termes d'une suite arithmétique, $a_1 = 2$ et $S_5 = a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 30$: Calculer la raison et $a_2 ; a_3 ; a_4$ et a_5 . 1pt
2. $d_1; d_2; \dots; d_5$ sont les 5 premiers termes d'une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et $d_5 = \frac{5}{2}$. Calculer $d_1; d_2; d_3$; et d_4 . 1pt
3. La plus petite taille relevée est 155 cm. Donner les cinq classes et dresser le tableau des effectifs et des centres des classes. 1,25pt
4. Calculer la moyenne $\bar{X}$; l'écart type. 1pt
5. Construire le polygone des effectifs cumulés croissants et en déduire la médiane. 1,25pt

EXERCICE 4

On donne la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_n = 2^n + 1 + n$

- 1) On se propose de déterminer la somme $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$
 - a) Calculer les trois premiers termes de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ (0,75pt)
 - b) Déterminer $u_1 - u_0, u_2 - u_1, \frac{u_1}{u_0}$ et $\frac{u_2}{u_1}$ (0,5pt)
 - c) En déduire que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est ni géométrique ni arithmétique. (0,25pt)
- 2) On pose $w_n = 2^n$
 - a) Montrer que $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme. (0,75pt)
 - b) En déduire en fonction de n la somme $s'_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$ (0,5pt)
- 3) On pose $v_n = 1 + n$
 - a) Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison. (0,75pt)
 - b) En déduire en fonction de n la somme $s''_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ (0,5pt)
- 4) En déduire des deux questions précédentes la somme s_n (0,5pt)

EXERCICE 5

Sur une fiche de salaire de certains employés figure un nombre appelé indice.

En l'an 2006 l'indice de Monsieur X est noté A_0 et celui de Monsieur Y est noté B_0 .

On suppose que $A_0 = B_0 = 500$.

Chaque année, l'indice de Monsieur X augmente de 90 points tandis que celui de Monsieur Y augmente de 10%. On note A_n l'indice de Monsieur X pour l'année 2006 + n et B_n celui de Monsieur Y pour la même année.

1. Calculer A_1 , A_2 , B_1 , et B_2 .
2. Exprimer A_{n+1} en fonction de A_n , puis B_{n+1} en fonction de B_n .
3. En déduire la nature des suites (A_n) et (B_n) .
4. Exprimer A_n et B_n en fonction de n .
5. En déduire l'indice de Monsieur X et celui de Monsieur Y en l'an 2013.

EXERCICE 6

A. Soit la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 6$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$, pour tout entier naturel n . Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J) .

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite $(D): y = \frac{1}{2}x + 1$ avec la première bissectrice. 0,25pt
2. Représenter sur l'axe des abscisses du repère les quatre premiers termes de la suite sans les calculer. 1pt
3. Conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) . 0,25pt
4. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 2$.
 - a. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$. 0,5pt
 - b. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n . 0,5pt
 - c. Calculer $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$. 1pt

V. PARTIE STATISTIQUES ET DENOMBREMENTS

EXERCICE 1

Les notes sur 80 obtenues par un groupe de 60 élèves au devoir de mathématiques sont regroupées dans le tableau suivant :

Notes	$[0, 10[$	$[10, 20[$	$[20, 40[$	$[40, 50[$	$[50, 70[$
Effectifs		7			10
Effectifs cumulés décroissants	60	54		17	

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessus. 1.25 pt
2. Construire le polygone des effectifs cumulés décroissants et en déduire la valeur graphique de la médiane. 1.25 pt
3. Retrouver par interpolation linéaire la valeur de la médiane. 0.5 pt
4. Calculer à 10^{-2} près la valeur de la moyenne et de l'écart type. 1 pt
5. On doit former un groupe de 5 personnes avec les élèves ayant obtenu une note supérieure ou égale à 50 pour représenter la classe. Combien de groupes distincts peut-on ainsi former ? 0.5 pt

EXERCICE 2

Déterminer le nombre de mots (ayant un sens ou non) qu'on peut former avec 8 lettres de l'alphabet français dans chacun des cas suivants.

1. Les 8 lettres sont 2 à 2 distinctes. 0,5pt
2. Les 8 lettres sont 2 à 2 distinctes et le mot contient exactement 2 voyelles. 0,5pt
3. Le nom de 8 lettres contient au plus 2 voyelles. 0,5pt

EXERCICE 3

- 1- Le collège organise une journée gastronomique et une soirée dansante. Pour cela chaque élève désireux de participer doit contribuer 1000 Frs pour la journée gastronomique et 1500 Frs pour la soirée dansante. Dans une classe de P_D comprenant 30 filles, et 20 garçons ; 32 élèves ont contribué pour la journée gastronomique, 23 élèves ont contribué pour la soirée dansante et 15 élèves ont contribué 2500 Frs. Déterminer le montant des contributions perçues en P_D . 1pt
- 2- Les notes sur 20 en mathématiques des élèves de cette P_D sont consignées dans le tableau suivant.
- | Modalités | [0; 5[| [5; 8[| [8; 10[| [10; 12[| [12; 15[| [15; 20[|
|-----------|--------|--------|---------|----------|----------|----------|
| Effectifs | 10 | 5 | 13 | 7 | 9 | 6 |
- a) Reproduire et compléter le tableau par les centres des classes, les densités, les fréquences les ECC, les ECD et les FCC 1,5pt
- b) Calculer la moyenne, la variance et l'écart-type de cette série statistique 1pt
- c) Représenter le polygone des ECC 0,5pt
- d) Calculer la médiane de cette série statistique 0,5pt
- 3- On constitue un comité de 3 élèves de cette classe pour un match des incollables.
- a) Déterminer le nombre total de comités que l'on peut constituer 0,5pt
- b) Déterminer le nombre de comités que l'on peut constituer sachant qu'il y'a au plus deux filles. 0,5pt

EXERCICE 4

- 1- Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $2C_n^2 + 6C_n^3 = 9n$ [4pt]
- 2- Les êtres humains sont repartis suivant la composition du sang en quatre groupes : O, A, B et AB . Dans une assemblée de dix donneurs de sang, quatre personnes appartiennent au groupe O , trois personnes au groupe A , deux personnes au groupe B et une personne au groupe AB . On choisit au hasard et simultanément trois personnes de cette assemblée. Déterminer :
- a- Le nombre de choix possible [2pt]
- b- Le nombre de choix où les trois personnes appartiennent au même groupe sanguin [2pt]
- c- Le nombre de choix où deux personnes au moins soient du même groupe sanguin [4pt]

EXERCICE 5

Les commerçants d'un marché sont regroupés suivant leurs recettes journalières moyennes (exprimées en milliers de francs) dans le tableau incomplet suivant :

recettes	[0; 15[	[15; 20[	[25; 30[	[30; 35[	[35; 45[	[45; 70[	total
effectifs	13	30	x	54	60	21	

- 1- La fréquence de la classe $[25; 30[$ est égale à 0,11, déterminer l'effectif total de cette série statistique [2pt]
- 2- Déterminer la classe modale et le mode de cette série statistique [2pt]
- 3- Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série [6pt]
- 4- Déterminer par calcul, la médiane de cette série [2pt]
- 5- Construire l'histogramme de cette série [4pt]

EXERCICE 6

Lors des compositions de fin du 1^{er} trimestre, on constate que 25 élèves ont eu au moins 10/20 en **Maths**, 35 en **Physique** et 45 dans l'une ou l'autre des deux matières. On désigne par x , y et z le nombre d'élèves qui ont respectivement eu au moins 10/20 en Maths exclusivement, en Physique exclusivement et dans les deux matières.

1. (a) Justifier que x , y et z vérifient le système (S) :
$$\begin{cases} x + y + z = 45 \\ x + z = 25 \\ y + z = 35 \end{cases} \quad 0,75\text{pt}$$

(b) En déduire les valeurs de x , y et z . 0,75pt

2. Cinq élèves de cette classe dont 2 filles sont candidats à l'élection d'un bureau constitué d'un chef, de son adjoint et d'un délégué. **On admet qu'il n'y a pas de cumul de poste.**

(a) Combien peut-on avoir de bureaux ayant une seule fille ? 0,75pt

(b) Combien peut-on avoir de bureaux ayant un homme comme délégué ? 0,75pt

EXERCICE 7

Les 200 ouvriers d'une entreprise sont repartis suivant leurs salaires journaliers exprimés en milliers de francs.

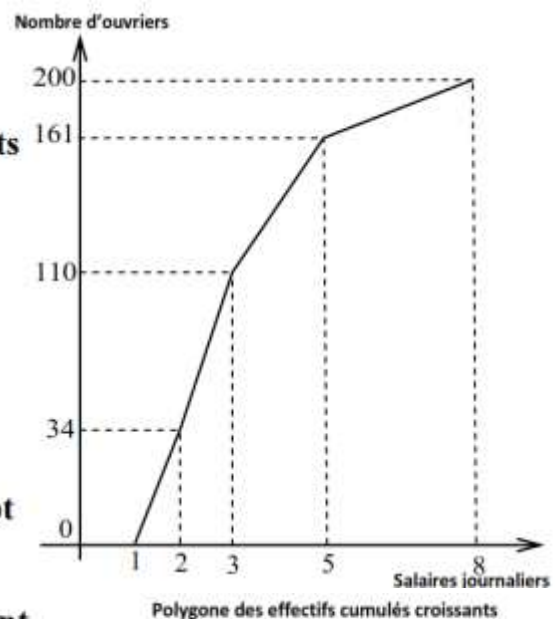
1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous : 2pts

Salaires journaliers	$[1; 2[$	$[2; 3[$	$[3; 5[$	$[5; 8[$
Effectifs	34			
Effectifs cumulés croissants		110		200
Centres de classe			4	

2. Déterminer le mode de cette série et le salaire moyen journalier. 0,5pt

3. Calculer sous forme de fraction irréductible, la valeur exacte de la médiane de cette série. 1pt

4. Estimer le nombre d'ouvriers ayant un salaire journalier inférieur à 4500F. 0,5pt



VI. ORTHOGONALITE ET TRANSFORMATIONS

EXERCICE 1

$ABCD$ est un carré de sens direct de centre O et de côté 3cm . On note r la rotation de centre O et d'angle de mesure $-\frac{\pi}{2}$.

1. Déterminer les images des points A, B, C, D et O par la rotation r . 1,25pt
2. Construis le point E tel que AEB soit un triangle équilatéral de sens direct. 0,25pt
3. On note G le barycentre des points pondérés $(A, 2); (B, 1)$ et $(E, 1)$; I le milieu du segment $[BE]$.
 - (a) Montrer que le point G est le milieu du segment $[AI]$. 0,5pt
 - (b) Montrer que $AI^2 = \frac{27}{4}$. 0,5pt
 - (c) (τ) est l'ensemble des points M du plan tels que $AM^2 + IM^2 = \frac{27}{4}$.
 - (i) Montrer que pour tout point M du plan on a : $AM^2 + IM^2 = 2GM^2 + \frac{AI^2}{2}$. 0,75pt
 - (ii) Déterminer et construire l'ensemble (τ) . 0,75pt

EXERCICE 2

$ABCD$ est un rectangle de centre O et de sens direct tel que $AB = 4$ Cm et $BC = 2$ Cm. I, J et K sont les milieux respectifs des segments $[DC], [BC]$ et $[AB]$.

On pose L milieu de $[DI]$.

- a) Réaliser la figure 0,5pt
- b) Montrer que le triangle KCD est rectangle et isocèle en K 0,5pt
- c) Soit r la rotation de centre K et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Déterminer les images des points B, C et J par la rotation r . 0,75pt
- d) Montrer que l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que $BM^2 + CM^2 = 4$ est le cercle de diamètre $[BC]$ 0,75pt
- e) Construire l'image de (Γ) par la rotation r . 0,5pt

EXERCICE 3

ABC est un triangle direct, isocèle et rectangle en A . D est le symétrique de B par rapport à ι et K désigne respectivement les milieux des segments $[AC]$ et $[AD]$. On désigne par J le point tel qu $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

On pose par r le quart de tour direct de centre A , par s la symétrie de centre A et par h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$.

- 1) Faire la figure. 0,5 pt
- 2) a) Déterminer $r(B)$ et $r(I)$. 0,5 pt
 - b) En déduire que $(BI) \perp (CK)$. 0,5 pt
- 3) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation du plan définie par $v = s \circ r$. 0,75 pt
- 4) a) Déterminer $h(C)$ et $h(D)$. 0,5 pt
 - b) En déduire que $2\overrightarrow{IK} = \overrightarrow{CD}$. 0,5 pt

EVALUATION DES COMPETENCES

COMPETENCE 1

M. TCHUENTE a une dette de 200000Fcfa qu'il doit remettre à son ami Mayen dans deux ans après une suite de négociations. M. TCHUENTE s'en va dans une quincaillerie payer des cartouches à poudre pour chasser, il prend un certain nombre de cartouches et procède à un accord avec le caissier qu'il devra remettre les cartouches non utilisées après la chasse, la fonction $C(x) = x^3 - 4x^2 - 21x + 18000$ en FCFA représente le montant à verser au caissier pour x cartouches utilisées lors de la chasse. M. TCHUENTE rentre de la chasse où il a tué des hérissons, des antilopes et des gros oiseaux, et il les vend tous à raison de 3500FCFA par hérisson, 5000FCFA par antilope et 2500FCFA par oiseau pour un montant total de 57500FCFA.

Après décompte avec la caissière de la quincaillerie, il constate qu'après la vente, il a fait un bénéfice de 39500FCFA qu'il place entièrement dans la banque de la réunion de son ami Mayen qu'il devra retirer au bout de deux ans un montant de 50000FCFA sachant que l'intérêt est constant et annuel. On compte dans le sac de chasse de M. TCHUENTE 52 pattes et on constate que le double d'oiseaux augmenté de deux tués est égal au double du nombre des autres animaux tués. Les enfants de M. TCHUENTE devront se partager équitablement le reste de la dette, mais à la dernière minute deux d'entre eux déclarent qu'ils ont eu des problèmes personnels par conséquent ne devront plus contribuer, le reste des enfants se voit donc chacun augmenter une modeste somme de 20000FCFA pour combler cette dette.

Tâches

Tâche1 : Déterminer le nombre d'animaux tués par M. TCHUENTE pour chaque espèce. [1,5pts]

Tâche2 : Déterminer le nombre d'enfants de M. TCHUENTE. [1,5pts]

Tâche3 : Déterminer le nombre de cartouches utilisées lors de la chasse par M. TCHUENTE

COMPETENCE 2

Cédric et **Abdel** sont tous deux élèves dans un lycée moderne de la ville de Douala. Toute leur salle de classe décide d'organiser une excursion. Pour cela ils doivent louer un bus pour le transport.

- Si le groupe d'élèves est seul alors il paye 103 500 FCFA. Mais si le professeur titulaire et ses 2 collègues les accompagnent alors ils devront payer 96 000 FCFA à raison d'une réduction de 300 FCFA par ticket de voyage.
- Afin d'avoir l'argent nécessaire pour faire partie de l'excursion, **Cédric** et **Abdel** décide de faire un petit job : défricher un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle dont le côté le plus long mesure 50m et le périmètre de ce champ est de 120m. Dix (10) mètre-carrés de défrichage étant estimé à 1000 FCFA.

- Le défrichage de ce champ s'effectue en deux (02) jours. Chaque soir après le travail, **Cédric** et **Abdel** se rendent dans un restaurant pour refaire le plein d'énergie. Le premier soir, **Cédric** commande 7 beignets et un bol de bouillie, puis paie 625 FCFA. **Abdel** débourse 650 FCFA pour 6 beignets et 2 bols de bouillie. Le deuxième soir, **Cédric** commande 4 beignets et un bol de bouillie tandis que **Abdel** commande 5 beignets et un bol de bouillie.

Tâches :

1. Combien d'élèves compte cette salle de classe et quel est le prix d'un ticket de voyage pour l'excursion ? 1.5 pt
2. Combien rapportera le défrichage complet du champ à **Cédric** et **Abdel** ? 1.5 pt
3. Quelle somme totale devront payer les deux élèves le deuxième soir du défrichage ? 1.5 pt

COMPETENCE 3

A la rentrée universitaire d'une ville, l'agent communal M.DJENOU est le propriétaire d'une cité universitaire qui possède 120 chambres qui sont toutes occupées par des étudiants. Les unes sont louées au prix de 5 000frs la chambre, les autres au prix de 7 500frs la chambre et d'autres encore au prix de 10 000frs la pièce. Sachant qu'il y a deux fois plus de chambres de 5 000frs que de chambres de 10 000frs et qu'en fin de mois, M.DJENOU perçoit une somme de 850 000frs.

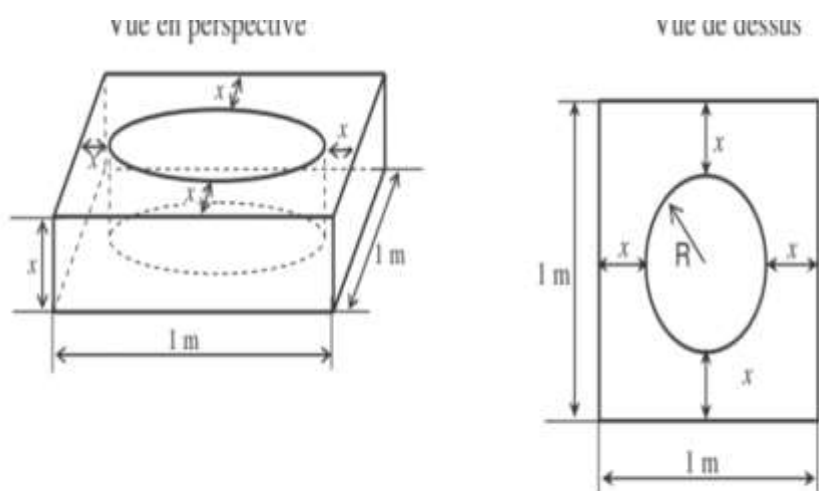
La municipalité de ladite ville souhaite aménager une fontaine dans un jardin public. Cette fontaine est formée d'un réservoir centré dans un socle de section carré d'un mètre de côté. Le réservoir est cylindrique, son rayon R varie avec les dimensions du socle comme indiqué sur le schéma. Les côtés sont exprimés en mètre. On admet que le volume de ce cylindre est :

$$f(x) = x^3 - x^2 + \frac{1}{4}x \text{ avec } x \in [0, 1; 0, 5].$$

Dans cette cité universitaire, Une bassine d'eau a une contenance de $60m^3$ pour le remplir, un gros robinet débite a litres par minute. S'il débitait 100 litres de moins par minutes, il faudrait 20min de plus pour remplir le bassin.

TÂCHES

- 1) Détermine la durée du remplissage du bassin et le débit a du robinet. 1,5pt
- 2) Détermine quel montant d'argent percevrait M.DJENOU à la fin du mois s'il accordait une réduction de 10% sur le prix de chaque chambre ? 1,5pt
- 3) Détermine la valeur de x pour laquelle la réserve d'eau de la fontaine est maximale. 1,5pt



Présentation=+0,5point

COMPETENCE 4

Le conseil d'administration d'une entreprise se réunit pour voter le budget nécessaire pour les travaux d'aménagement d'une piscine et d'un espace de détente.

Les personnes présentes à ce conseil se serrent la main, et il y'a en tout 136 poignées de mains. A la fin du conseil, chaque membre présent reçoit 12000 FCFA pour le transport retour.

La piscine à aménager aura la forme du polygone dont les sommets sont les images des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $\cos(6x) = 1$ sur le cercle trigonométrique. Unité : 5 m. le cout des travaux sera de 47000 FCFA le m^2 .

L'espace de détente est un ensemble de points dont les extrémités M vérifient la relation

$$MA^2 + MB^2 = \frac{125}{2} \text{ avec } AB = 5 \text{ m. le cout des travaux sera de 22750 FCFA le } m^2.$$

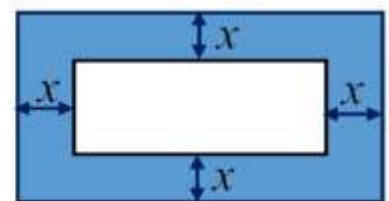
TACHES

- 1- Déterminer le budget nécessaire pour le transport retour du personnel présent à ce conseil. 1,5 pt
- 2- Déterminer le budget nécessaire pour l'aménagement de la piscine 1,5 pt
- 3- Déterminer le budget nécessaire pour l'aménagement de l'espace de détente 1,5 pt

COMPETENCE 5

Observe la figure ci-contre :

M. Abdoul possède un jardin de forme rectangulaire ayant pour longueur 4 dam et pour largeur 3 dam. Il veut agrandir ce jardin à une superficie de 552 dam^2 en ajoutant une parcelle d'épaisseur $x \text{ dam}$ comme l'indique la figure (Fig 2).



(Fig 2)

Son aîné Aboubacar, élève en classe de Première se rend chez un libraire pour acheter trois livres (un livre de Mathématiques ; un livre de Physique et un livre d'Anglais). Sur les livres, sont affichés les prix par feuille suivants : Mathématiques (25 FCFA) ; Physique

(20 FCFA) ; Anglais (15 FCFA) etc... Il dépense au total la somme de 14 400 FCFA tout en réalisant que tous ces trois livres ont au total 1470 pages toutes non vierges et que le livre de Mathématiques possède 15 feuilles de moins que celui de Physique.

M. Abdoul et Aboubacar se livrent à un jeu en propulsant verticalement une boule du sol. Cette boule est alors animée d'un mouvement rectiligne et la loi horaire est donnée approximativement par : $f(t) = -4,5t^2 + 14,7t$ jusqu'à ce qu'elle touche le sol à nouveau en retombant ; avec $f(t)$ la distance parcourue en mètre par la boule.

TACHES :

- 1- Quelles sont les valeurs possibles de x ? [6pts]
- 2- Quel est le prix d'un livre de mathématiques ? [6pts]
- 3- Quelle est la distance maximale parcourue par cette boule ? [6pts]

COMPETENCE 6

Monsieur ABENA est un jeune entrepreneur camerounais, propriétaire d'une chaîne de télévision dénommée *Atv* dont le chiffre d'affaire en millions de francs CFA est donné par l'expression littérale : $A(x) = 3x^2 - 24x + 96$; où x désigne la durée (en année) de l'entreprise.

Trois ans après la création de son entreprise, Monsieur ABENA constate que son chiffre d'affaire a considérablement chuté. Il contacte alors Madame BINDY, directrice d'une micro finance de la place dans le souci de contracter un prêt. Cette dernière lui exige de relever son chiffre d'affaire à 60 millions de Francs CFA pour bénéficier de son accompagnement.

Par ailleurs, pour la détente de ses employés à des heures de pause, Monsieur ABENA souhaite bâtir sur un espace circulaire de rayon 5m de sa terrasse une piscine. Le technicien acquis pour la tâche lui propose un plan ayant la forme d'un polygone dont les sommets sont situés sur cette portion circulaire et sont images des solutions de l'équation donnée par :

$$(E) : -4(\sin x)^2 + 2(\sqrt{3} - \sqrt{2})\cos x + 4 - \sqrt{6} = 0.$$

Il souhaite aussi aménager un espace vert autour de la piscine. L'ensemble des points M couverts par le gazon vérifie la relation $8 \leq \|\vec{MA} - 5\vec{MB} + \vec{MC}\| \leq 12$ où A ; B et C sont des points tels que $AB=AC=BC= 6m$.

1. Combien d'années M. ABENA devra-t-il encore attendre pour que ce prêt lui soit accordé ? **1,5pt**
2. Quelle est la surface de cette piscine ? **1,5pt**
3. Quelle est la surface de l'espace vert autour de la piscine ? **1,5pt** [Etablissement de micro finance](#)

COMPETENCE 7

Le village de BOUGOUDOUM est un village régulièrement inondé. En saison de pluie certains villageois sont obligés de quitter leur maison à la recherche des zones qui sont à l'abri de l'inondation. Le village est concentré autour de trois sites suivants : le site A qui est le lycée de NOULDAÏNA, le site B qui est le centre de Santé de BOUGOUDOUM et le site C qui est le LAMIDAT de BOUGOUDOUM. Dans cette zone de forte densité, les villageois manquent d'eau potable. On précise que $AB = 400m$, $BC = 400m$, $AC = 400m$. Un projet est donc mis sur pied pour créer deux retenus d'eaux aux points E et F, un forage au point M. Plusieurs contraintes ont été émises : le point M doit être placé à égale distance des sites A, B et C ; $\vec{EA} = \vec{EB}$ et $\vec{EA} \cdot \vec{EB} = 0$; $\vec{FA} = 3\vec{FB} + 3\vec{FC}$

Tâches :

- 1) Construire le point M du forage. **1,5pt**
- 2) Construire les positions possibles du point E du retenue d'eau. **1,5pt**
- 3) Construire le point F de retenue d'eau. **1,5pt**

COMPETENCE 8

Situation : Madame Marie a placé dans une banque pendant deux ans la somme de 70 000FCFA à un taux annuel de $x\%$, à intérêts composés(c'est-à-dire à la fin de chaque année, les intérêts produits s'ajoutent au capital pour former le nouveau capital). Au bout de deux années, elle retire 78 652 FCFA. Son mari monsieur Martial est tailleur. Il a acheté une certaine quantité de tissu au même prix le mètre pour un montant total de 336 000 FCFA. Il enlève 16 mètre de tissu pour lui-même et revend le reste à 700FCFA de plus par mètre du prix d'achat. A la fin des ventes il recouvre entièrement son capital. Dans son petit commerce, la mère de Marie madame Jeannette a réalisé un bénéfice de 20 000Fcf au mois de janvier 2019. Le bénéfice d'un mois est obtenu en multipliant le bénéfice du mois précédent par 1,04. Elle aimerait à la fin du mois de décembre 2019 utiliser son bénéfice total pour refaire la toiture de sa maison dont le devis est de 300 000Fcf.

- 1) Déterminer si le bénéfice total de madame Jeannette lui permettra de refaire sa toiture. (1,5pt)
- 2) Déterminer le taux annuel x du placement de madame Marie. (1,5pt)
- 3) Déterminer le nombre de mètres de tissus achetés par monsieur Martial. (1,5pt)

COMPETENCE 9

Trois amis, KENGNE, TAKAM et FOTSO ont des projets d'acheter chacun un véhicule qui coute 2 000 000 FCFA. Au 1^{er} Janvier 2000, chacun d'eux possède 1 000 000FCFA qu'ils souhaitent placer dans des banques pour générer des intérêts.

1^{er} placement : Un placement à intérêts simples. Chaque année, seul le capital initial produit des intérêts.

2^{ème} placement : Un placement à intérêts composés. A l'issue de chaque année, les intérêts sont ajoutés au capital et produisent à leur tour des intérêts de l'année suivante.

3^{ème} placement : Un placement spécial dont le capital $P(n)$ à l'année n est solution de l'équation

$$P(n) = n^2 + 49\,980n + 1\,000\,000.$$

Dans les deux premiers placements, le taux d'intérêt est 6%. Mr KENGNE a choisi le **1^{er} placement**, Mr TAKAM le **2^{ème} placement** et Mr FOTSO le **3^{ème} placement**. Soit n un entier naturel. On note u_n , v_n et $P(n)$ le capital de Mr KENGNE, Mr TAKAM et Mr FOTSO respectivement le 1^{er} Janvier 2000 + n .

Tâches.

1. A partir de quelle année, Mr FOTSO pourra acheter son véhicule ?
2. A partir de quelle année, Mr KENGNE pourra acheter son véhicule ?
3. A partir de quelle année, Mr TAKAM pourra acheter son véhicule ?

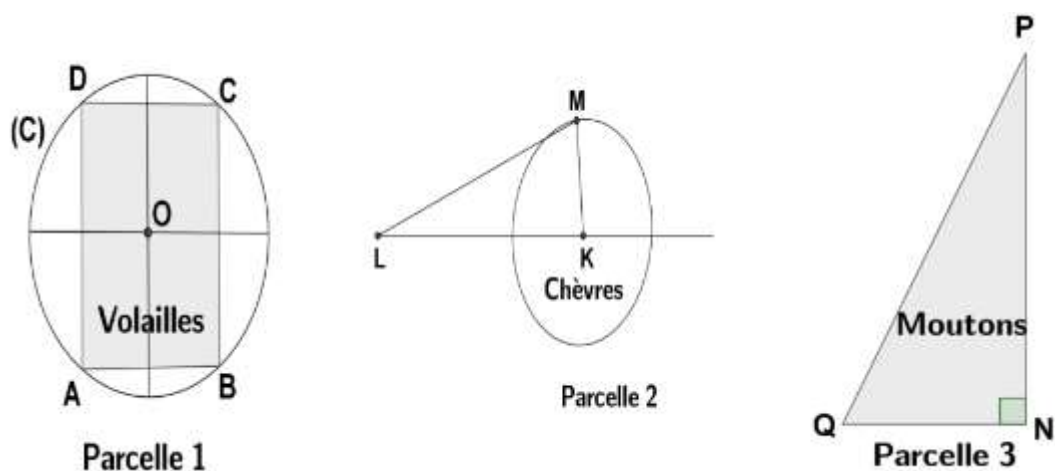
COMPETENCE 10

M. Célestin BOUBA est un grand éleveur dans la région de l'Adamaoua ; il possède une **La parcelle 2**, représente un cercle où la droite (LK) est axe de symétrie de ce cercle tels que tout point M de ce cercle vérifie $ML^2 - 4MK^2 = 0$ avec $LK = 15 \text{ m}$.

La parcelle 3 a la forme d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure $72,5 \text{ m}$ et dont l'aire est de 429 m^2 .

lui conseille d'entourer chacune de ses parcelles de fils de fer électriques qui coûtent $10\,000 \text{ frs}$ le mètre.

La parcelle 1, (C) étant le cercle trigonométrique, les points A, B, C et D sont les images des solutions dans $] -\pi ; \pi]$ de l'équation trigonométrique : $4\cos^2 x - 1 = 0$ (On prendra 100m pour 1 unité).



Tâche 1 : Combien dépensera M. Célestin BOUBA pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle 1 ? [1,5pts]

Tâche 2 : Combien dépensera M. Célestin BOUBA pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle 2 ? [1,5pts]

Tâche 3 : Combien dépensera M. Célestin BOUBA pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle 3 ? [1,5pts]