

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

(15 points)

Partie A : Evaluation des ressources

EXERCICE 1 (03.75 points)

La fédération de boxe d'un pays a présélectionné 16 boxeurs pour prendre part à un stage qui aboutira à la sélection définitive de quatre boxeurs. Mais avant de commencer le stage, le sélectionneur national a regroupé les boxeurs par catégories de poids en Kg de la manière suivante :

Poids	[60, 70[[70, 80[[80, 100[[100, 120[
Effectif	4	5	3	4

1. Construire un histogramme de la distribution (1pt)
2. Calculer le poids moyen \bar{x} et la médiane M_e de cette distribution (0,75pt)
3. Calculer la variance V et l'écart type σ (0,5pt)
4. Combien de sélections peut-on former, si on a 2 boxeurs de moins de 80 Kg ? (0,5pt)
5. Combien de sélections peut-on former si le sélectionneur a choisi trois boxeurs dans l'intervalle $[\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma]$? (1pt)

EXERCICE 2 (03.75 points)

$(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ est un repère orthonormé de l'espace. On donne les points A, B, C et D de coordonnées respectives $(-1, 0, -1)$, $(0, 0, -2)$, $(1, 1, -4)$ et $(1, 0, 0)$. (S) est l'ensemble des points $M(x, y, z)$ vérifiant la relation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 3 = 0$ et (P) est un plan d'équation cartésienne $x + y + z + 2 = 0$

1. Montrer que les points A, B et C sont non alignés et trouver une équation cartésienne du plan (ABC) (0.75pt)
2. Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (S) (0.75pt)
3. Calculer la distance du point D au plan (P) (0.25pt)
4. Montrer que l'intersection de (S) et du plan (ABC) est un cercle dont on précisera le centre et le rayon (0.5pt)
5. On considère les droites (D_1) et (D_2) d'équations cartésiennes respectives :

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x - y = 0 \\ x - z = -1 \end{cases}$$
 - a) Les droites (D_1) et (D_2) sont-elles orthogonales ? Perpendiculaires ? coplanaires ? justifier votre réponse (0.75pt)
 - b) Donner un vecteur directeur et un point de la perpendiculaire commune aux deux droites (D_1) et (D_2) (0.75pt)

EXERCICE 3 (03.5 points)

1. $(E_m) : (1 - \sqrt{3})\cos 2x + (1 + \sqrt{3})\sin 2x = m$ est une famille d'équations qui est indexée sur un paramètre réel m

- a) Déterminer un angle θ en radian qui vérifie $\cos\theta = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$ et $\sin\theta = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (0.5pt)
- b) Démontrer que (E_m) est équivalente à l'équation $\cos(2x - \theta) = \frac{m}{2\sqrt{2}}$ (0.5pt)
- c) A quelle condition sur m , l'équation (E_m) a des solutions ? (0.25pt)
- d) Résoudre dans l'intervalle $[0, 2\pi[$ l'inéquation : $\cos(2x - \theta) \leq \frac{-1}{\sqrt{2}}$ (1.25pt)
2. ABCD est un carré de sens direct et de centre O. on désigne par $r_1 = r(A, \frac{\pi}{2})$ et $r_2 = r(O, -\frac{\pi}{2})$ les rotations dont les centres et les angles sont précisés
- a) Déterminer les images de C et B par l'application $f = r_1 \circ r_2$ (0.5pt)
- b) Donner la nature et les caractéristiques de f (1pt)

EXERCICE 4(04.5 points)

On considère la fonction f définie sur $D_f = \mathbb{R} - \{-2\}$ par $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$ où a, b et c sont des nombres réels. (C_f) est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, I, J) . la courbe de f passe par deux points $A(-5, -9)$ et $B(1, 3)$. La fonction f est dérivable sur D_f et sa dérivée est : $f'(x) = \frac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$

- Déterminer les valeurs des nombres a, b et c (0,75pt)
- Dresser le tableau de variation f et construire la courbe de f (2pts)
- On considère les fonctions g et h définies par $g(x) = f(x+1) + 1$ et $h(x) = |g(x)|$
 - Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$, on a $g(x) = \frac{x^2+3x+9}{x+3}$ (0.5pt)
 - Comment construire la courbe de h à partir de celle de f ? (0.5pt)
 - Construire la courbe de h dans le même repère que la courbe de f (0,75pt)

Partie B : Evaluation des compétences(04.5 points)

Situation

Une commune d'un arrondissement au Cameroun à trois grands villages A, B et C qui sont tous distants de 6 km. Le maire veut installer une école qui puisse bénéficier aux trois villages, mais dont la proximité doit être bénéfique au village le plus peuplé. Le village A a 1920 habitants, le village B a 1280 habitants et le village C a 640 habitants. A sa création en l'an 2000, l'A.P.E de l'école prenait 5.000 F à chaque élève ; mais au cours des années qui vont suivre, la direction de l'établissement a régulièrement fait une augmentation de 5% sur le montant de l'année précédente. La route nationale qui traverse la commune est un linéaire rectiligne que les ingénieurs de la commune ont paramétré à l'aide d'un ensemble de points M qui vérifient la relation : $3MA^2 = 2MB^2 + MC^2$

Tâches

- Trouver la distance qui sépare chaque village à l'école en tenant compte de la population de chaque localité de façon raisonnable (1.5pt)
- Quel est le montant de l'A.P.E au début de l'année 2020 dans cette école ? (1.5pt)
- A quelle distance minimale de la route se trouve le village A ? (1.5pt)