

**PROPOSITION DE CORRIGE DE L'EPREUVE ZERO DE MATHEMATIQUES**

**PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES**

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	1	<p><b>Exprimons en fonction de <math>\sin x</math> et <math>\cos x</math></b></p> $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + 2 \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ <p>Pour tout nombre réel <math>x</math>, on a : <math>\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = -\sin x</math> ; <math>\cos(2\pi - x) = \cos x</math> ;  <math>\sin(\pi - x) = \sin x</math> et <math>\cos(\pi + x) = -\cos x</math>. D'où</p> $A = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \cos(2\pi - x) + 2 \sin(\pi - x) + \cos(\pi + x)$ $= -\sin x + \cos x + 2 \sin x - \cos x$ $= \sin x$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Formules de transformation : 0,5pt</li> <li>- Résultat final : 0,5pt</li> </ul>
1	2	<p><b>Montrons que lorsque <math>x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2</math></b></p> <p>Pour tout réel <math>\neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}</math>, on a :</p> $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = \frac{\sin 3x \cos x - \sin x \cos 3x}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin(3x - x)}{\sin x \cos x}$ $= \frac{\sin 2x}{\sin x \cos x}$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Réduction au même dénominateur : 0,25pt</li> <li>- Formule d'addition : 0,25pt</li> <li>- Formule de duplication : 0,25pt</li> <li>- Résultat : 0,25pt</li> </ul>

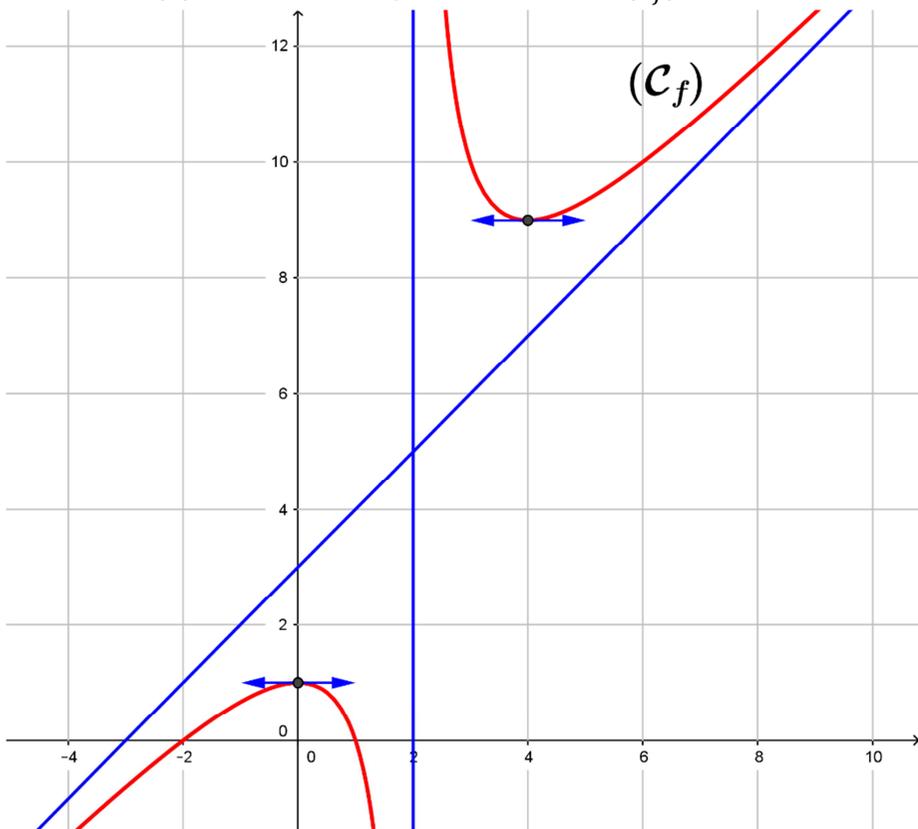
Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\frac{2\sin x \cos x}{\sin x \cos x}$ $= 2$ <p>D'où pour tout <math>x \neq \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}, \frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x} = 2</math></p>		
	3	<p><b>Réolvons dans <math>] -\pi ; \pi ]</math> l'équation <math>\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x + \pi)</math></b></p> <p>On a :</p> $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos(3x + \pi) \text{ équivaut à } \cos x = \cos(3x + \pi)$ $\text{équivaut à } \begin{cases} x = 3x + \pi + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -3x - \pi + 2k\pi \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ $\text{équivaut à } \begin{cases} -2x = \pi + 2k\pi \\ \text{ou} \\ 4x = -\pi + 2k\pi \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ $\text{équivaut à } \begin{cases} x = \frac{-\pi}{2} - k\pi \\ \text{ou} \\ x = \frac{-\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} \text{ avec } k \in \mathbb{Z}$ <p>Pour <math>k=0</math>, on a : <math>x_0 = \frac{-\pi}{2}</math> et <math>x_1 = \frac{-\pi}{4}</math></p> <p>Pour <math>k=1</math>, on a : <math>x_2 = \frac{\pi}{4}</math></p> <p>Pour <math>k=-1</math>, on a : <math>x_3 = \frac{\pi}{2}</math> et <math>x_3 = \frac{-3\pi}{4}</math></p> <p>Pour <math>k=2</math>, on a : <math>x_4 = \frac{3\pi}{4}</math></p> <p>L'ensemble solution de cette équation dans <math>] -\pi ; \pi ]</math> est</p> $S = \left\{ \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \frac{-3\pi}{4} \right\}$	1pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Transformations et résolution dans IR : 0,5pt</li> <li>- Ensemble solution : 0,5pt</li> </ul>
2	1	Dessinez un graphe permettant de modéliser le réseau de transport de cette agence.	0,5pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Sommet : 0,25pt</li> <li>- Liaison : 0,25pt</li> </ul>

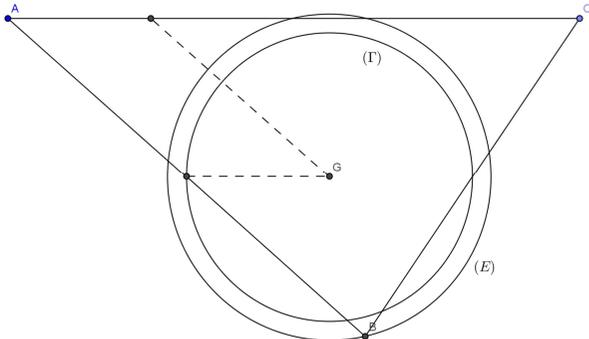
Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire												
	2	<p>Recopions le tableau donnée et complétons le avec le degré de chaque sommet.</p> <table border="1"> <tr> <td>Sommet</td> <td>B</td> <td>D</td> <td>E</td> <td>N</td> <td>Y</td> </tr> <tr> <td>Degré</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td>1</td> <td>4</td> </tr> </table>	Sommet	B	D	E	N	Y	Degré	2	2	1	1	4	1pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 1pt si tous les degrés sont justes</li> <li>- Sinon -0,25pt par degré faux</li> </ul>
Sommet	B	D	E	N	Y											
Degré	2	2	1	1	4											
	3	<p>Décrivons tous itinéraires possibles qu'il peut emprunter.            Itinéraire 1 : D—Y—N ; Itinéraire 2 : D—B—Y—N ;</p>	0,5pt	0,25pt pour chaque itinéraire												
	4a.	<p>Modélisons la situation par un diagramme de Venn</p> <p> <b>E</b> : Ensemble des voyageurs interrogés ;  <b>V</b> : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus VIP ;  <b>C</b> : Ensemble des voyageurs ayant utilisé le bus classique ;         </p> <p>Trouvons le nombre de clients ayant voyagés au moins une fois par l'un des deux types de bus.  <math>40+10+25=75</math></p>	0,5pt	<p>Apprécier autre démarche :Exemple :  <math>Card(V \cup C) = CardV + CardC - Card(V \cap C)</math></p> <p><b>0,25pt</b> pour la méthode  <b>0,25pt</b> pour le résultat</p>												
	4b.	<p>Trouvons le nombre de clients n'ont jamais voyagés avec l'un des types de bus  <math>100-(40+10+25) = 25</math></p>	0,5pt	<p>Apprécier la démarche  <b>0,25pt</b> pour la méthode  <b>0,25pt</b> pour le résultat</p>												

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4c.	Trouvons le nombre de clients n'ayant voyagés qu'en bus VIP $50-10 = 40$	0,5pt	<b>0,25pt</b> pour la méthode <b>0,25pt</b> pour le résultat Apprécier la démarche
3	1	<p>Montrons que pour tout <math>x</math> élément de <math>\mathcal{D}</math>, on a : <math>f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}</math></p> <p><u>Méthode1 : Division Euclidienne</u> Effectuons la division euclidienne de <math>x^2 + x - 2</math> par <math>x - 2</math>. On a :</p> $\begin{array}{r l} x^2 + x - 2 & x - 2 \\ -x^2 + 2x & \underline{x + 3} \\ \hline 3x - 2 & \\ -3x + 6 & \underline{\phantom{0}} \\ \hline 4 & \end{array}$ <p><u>Méthode 2 :</u> <math>\forall x \in \mathcal{D}</math>, on a :</p> $\begin{aligned} x + 3 + \frac{4}{x-2} &= \frac{(x+3)(x-2) + 4}{x-2} \\ &= \frac{x^2 - 2x + 3x - 6 + 4}{x-2} \\ &= \frac{x^2 + x - 2}{x-2} \\ &= f(x) \end{aligned}$ <p>D'où <math>\forall x \in \mathcal{D}</math>, <math>f(x) = x + 3 + \frac{4}{x-2}</math></p>	0,25pt	Apprécier la démarche
	2	<p>Etudions les variations de la fonction <math>f</math>. <math>f</math> est dérivable sur <math>\mathcal{D}</math> car elle est une fonction rationnelle.</p> $\forall x \in \mathcal{D}, f'(x) = 1 - \frac{4}{(x-2)^2} = \frac{(x-2)^2 - 4}{(x-2)^2} = \frac{x^2 - 4x}{(x-2)^2} = \frac{x(x-4)}{(x-2)^2}$ <p><b>•Résolvons l'équation <math>f'(x) = 0</math></b> On a :</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dérivée :0,25pt</li> <li>- Résolution de l'équation <math>f'(x)=0</math> : 0,25pt</li> <li>- Tableau de signe :</li> </ul>

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire										
		$\forall x \in \mathcal{D},$ $f'(x) = 0$ équivaut à $x = 4$ ou $x = 0$  •Tableau de signe de la dérivée <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table> <p style="margin-left: 40px;">- Pour tout <math>x \in ]-\infty; 0]</math> et <math>x \in [4; +\infty[</math>, <math>f'(x) \geq 0</math> alors <math>f</math> est croissante sur chacun de ces intervalles ;</p> <p>Pour tout <math>x \in [0; 2[</math> et <math>x \in ]2; 4]</math>, <math>f'(x) \leq 0</math> alors <math>f</math> est décroissante sur chacun de ces intervalles .</p>	$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$	1,25pt	0,5pt - Sens de variation : 0,25pt
$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$+\infty$										
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$+$										
	3	<b>Dressons le tableau de variation de <math>f</math>.</b>  •Calcul des limites  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} x = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty \quad \text{et} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$  •Tableau de variation	0,75pt	- Tableau de variation : 0,25pt par ligne										

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire																			
		<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>4</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td><math>+</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>-</math></td> <td><math>0</math></td> <td><math>+</math></td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>1</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>9</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$4$	$+\infty$	$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$	$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-\infty$	$9$	$+\infty$		
$x$	$-\infty$	$0$	$2$	$4$	$+\infty$																		
$f'(x)$	$+$	$0$	$-$	$-$	$0$	$+$																	
$f(x)$	$-\infty$	$1$	$-\infty$	$9$	$+\infty$																		
	4	D'après l'énoncé, on a : $M\left(\frac{x}{f(x)}\right)$ et $P\left(\frac{x}{x+3}\right)$																					
	4a.	<p><b>Montrons que <math>\overline{PM} = \frac{4}{x-2}</math></b></p> <p>On a :</p> $\overline{PM}\left(\frac{0}{f(x) - x - 3}\right)$ $\overline{PM} = f(x) - x - 3 = x + 3 + \frac{4}{x-2} - x - 3 = \frac{4}{x-2}$ <p>D'où</p> $\overline{PM} = \frac{4}{x-2}$	0,25pt	Apprécier la démarche																			
	4b.	<p><b>Calculons la limite de <math>\overline{PM}</math> lorsque <math>x</math> tend vers <math>+\infty</math> ou <math>-\infty</math></b></p> $\lim_{x \rightarrow -\infty} \overline{PM} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x} = 0 = \lim_{x \rightarrow +\infty} \overline{PM}$	0,5pt	- 0,25pt pour chaque limite trouvée																			
	4c.	<p>Etudions le signe de <math>\overline{PM}</math> sur chacun des intervalles <math>] -\infty ; 2[</math> et <math>] 2 ; +\infty[</math>.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>2</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>\frac{4}{x-2}</math></td> <td><math>-</math></td> <td></td> <td><math>+</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$	$\frac{4}{x-2}$	$-$		$+$	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle											
$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$																				
$\frac{4}{x-2}$	$-$		$+$																				

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
	4d.	Déduisons la position de $(C_f)$ par rapport à $(\Delta) : y = x + 3$ Il suffit d'étudier le signe $f(x) - y = \frac{4}{x-2} = \overline{PM}$ d'ou pour $x \in ]-\infty ; 2[$ , la courbe $(C_f)$ est en dessous de $(\Delta)$ pour $x \in ]2 ; +\infty[$ , la courbe $(C_f)$ est au-dessus de $(\Delta)$ .	0,5pt	0,25pt pour chaque intervalle
	5a.	Traçons la droite $(\Delta)$ , la droite d'équation $x=2$ et $(C_f)$ .	0,5pt	- Droite $(\Delta) : 0,25pt$ - Droite d'équation $x=2 : 0,25pt$
	5b.		0,5pt	- Extremums : 0,25pt - Courbe $(C_f) : 0,25pt$

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
4	1	<p>Construisons le triangle ABC et plaçons le barycentre G</p> <p>G barycentre de <math>\{(A,1),(B,2),(C,1)\}</math> donne <math>\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{AC}</math> d'où</p> 	0,75pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Triangle :0,25pt</li> <li>-Méthode de construction : 0,25pt</li> <li>-Construction de G: 0,25pt</li> </ul>
	2	<p>Déterminons et représentons l'ensemble <math>(\Gamma)</math> des points M du plan tel que <math>\ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\  = AC</math></p> <p>On a :</p> $\ \overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\  = AC \quad \text{équivaut à } \ (1 + 2 + 1)\overrightarrow{MG}\  = AC$ $\text{équivaut à } \ 4\overrightarrow{MG}\  = AC$ $\text{équivaut à } 4MG = AC$ $\text{équivaut à } MG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$ <p><math>(\Gamma)</math> est le cercle de centre G et de rayon 3cm</p>	1pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Transformation de la somme vectorielle : 0,25pt</li> <li>- MG :0,25pt</li> <li>- Conclusion : 0,25pt</li> <li>- Construction :0,25pt</li> </ul>
	3a.	<p>Montrons que B appartient à <math>(E)</math></p> <p>B appartient à <math>(E)</math> si et seulement si <math>\ \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\  = \ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\ </math>.</p> <p>On a :</p> $\ \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BB} + \overrightarrow{BC}\  = \ \overrightarrow{BA} + \vec{0} + \overrightarrow{BC}\  = \ \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}\ $ <p>D'où B appartient à <math>(E)</math></p>	0,25pt	Apprécier la démarche
	3b.	<p>Déterminons et représentons <math>(E)</math>. Soit H milieu du segment <math>[AC]</math></p> <p>On a :</p>		<ul style="list-style-type: none"> <li>- 0,25pt pour la transformation</li> </ul>

Exercice	Question	Solution	Barème	Commentaire
		$\ \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} + \overrightarrow{NC}\  = AC$ équivaut à $\ (1 + 2 + 1)\overrightarrow{NG}\  = \ \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HA} + \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HC}\ $ équivaut à $\ 4\overrightarrow{NG}\  = \ 2\overrightarrow{BH}\ $ équivaut à $4NG = 2BH$ équivaut à $NG = \frac{AC}{4} = \frac{12}{4} = 3$	0,75pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- 0,25pt pour la conclusion</li> <li>- 0,25pt pour la construction</li> </ul>
	4	Déterminons l'ensemble (F) des points M tels que $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = 2AB^2$ Soit J le projeté orthogonal de M sur (AB). On a : $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB} = 2AB^2 > 0$ $\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont colinéaires de même sens ; d'où $\overrightarrow{AJ} \cdot \overrightarrow{AB} = AJ \times AB = 2AB^2$ ce qui équivaut à $AJ = 2AB = 20$ (F) est la droite passant par J et orthogonale à (AB)	0,75pt	<ul style="list-style-type: none"> <li>- projeté orthogonal de M sur (AB) : 0,25pt</li> <li>- Détermination de AH et procédure : 0,25pt</li> <li>- Conclusion : 0,25pt</li> </ul>

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
1	<b>Déterminons le nombre de jours au bout desquels le tunnel sera percé.</b> Désignons par $L_n$ la longueur(en mètre) forée après n jours. On a : $L_1 = 300$ et $L_{n+1} = L_n + 5$ $(L_n)$ est une suite arithmétique de raison $r=5$ et de premier terme $L_1 = 300$ . Ainsi, pour tout entier naturel non nul $n$ , on a : $L_n = L_1 + (n - 1)r = 295 + 5n$ Le tunnel sera percé lorsque $L_n = 5km = 5000m$ . $L_n = 5000 \quad \text{équivaut à} \quad 300 + 5(n - 1) = 5000$ $\text{équivaut à} \quad 295 + 5n = 5000$ $\text{équivaut à} \quad n = 941$ Le tunnel sera percé au bout 941 jours.	1,5pt	$C_1$ : Interprétation correcte de la situation 0,25pt pour le choix de la suite 0,25pt pour l'expression de $L_n$ en fonction de $n$ $C_2$ : Utilisation correcte des outils 0,25pt pour $295 + 5n = 5000$ 0,25pt pour la valeur juste 941 $C_3$ : Cohérence

Tâches	Solution	Barème	Commentaire
			0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion
2	<p><b>Vérifions si tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ]</b></p> <p>Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>I \in (AB)</math> ce qui implique <math>I \in (AJB)</math> et <math>I \in (CID)</math></li> <li>• <math>J \in (DC)</math> ce qui implique <math>J \in (CID)</math> et <math>J \in (AJB)</math></li> </ul> <p>Ainsi <math>\begin{cases} I \in (AJB) \cap (CID) \\ J \in (AJB) \cap (CID) \end{cases}</math> d'où <math>(IJ) = (AJB) \cap (CID)</math>. Les plans (AJB) et (CID) ne sont pas parallèles ; d'où leur intersection est une droite.</p> <p>Donc tous les câbles doivent suivre le support du segment [IJ].</p>	1,5pt	<p><math>C_1</math> : Interprétation correcte de la situation 0,5pt pour l'évocation de la recherche de l'intersection des deux plans</p> <p><math>C_2</math> : Utilisation correcte des outils 0,5pt pour la démonstration de <math>(AJB) \cap (CID) = [IJ]</math></p> <p><math>C_3</math> : Cohérence - 0,5pt pour une bonne conclusion</p>
3	<p><b>Déterminons la durée de route homologuée par le projet.</b></p> <p>Déterminons la durée de route homologuée par le projet Soit <math>t</math> la durée de route homologuée par le projet, et <math>V</math> la vitesse moyenne décidée par le projet. On a le système suivant :</p> $\begin{cases} Vt = 400 \\ (V + 20)(t - 1) = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ Vt - V + 20t - 20 = 400 \end{cases}$ $\Leftrightarrow \begin{cases} Vt = 400 \\ 20t - V = 20 \end{cases}$ <p>D'où l'équation <math>t(20t - 20) = 400 \Leftrightarrow 20t^2 - 20t - 400 = 0</math> <math>\Leftrightarrow t^2 - t - 20 = 0</math></p> <p><math>\Delta = (-1)^2 - 4(-20) = 81</math> ; <math>\sqrt{\Delta} = 9</math> ainsi <math>t_1 = \frac{1-9}{2} = -4</math> ; <math>t_2 = \frac{1+9}{2} = 5</math> ; Donc la durée de route homologuée par le projet est de 5 heures</p>	1,5pt	<p><math>C_1</math> : Interprétation correcte de la situation 0,25pt pour le choix des inconnues 0,25pt pour le système posé</p> <p><math>C_2</math> : Utilisation correcte des outils 0,25pt pour <math>20t^2 - 20t - 400 = 0</math> 0,25pt pour la valeur juste 5</p> <p><math>C_3</math> : Cohérence 0,25pt pour l'unité - 0,25pt pour une bonne conclusion</p>
	Présentation	0,5pt	- Clarté : 0,25pt - Orthographe et grammaire : 0,25pt