MAI 2021

Ministère des Enseignements Secondaires
Lycée Classique de Dschang
Département de Mathématiques

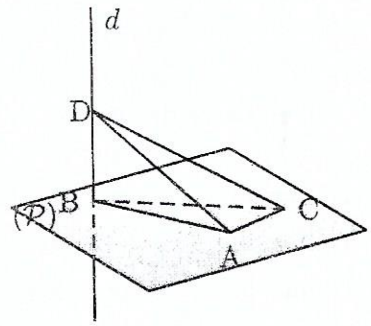
Année -scolaire : 2020 - 2021
Probatoire blanc :Classe : $P^{\text{ère}}_{C}$
Durée : 3h ; Coef :6

EXERCICE 1 (*7 points*)

Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans un plan $(\mathcal{P})$, on considère un triangle ABC rectangle en A. Soit d la droite orthogonale au plan $(\mathcal{P})$ et passant par le point B. On considère un point D de cette droite distinct du point B.



1. Montrer que la droite (AC) est orthogonale au plan (BAD).

On appelle *bicoin* un tétraèdre dont les quatre faces sont des triangles rectangles.

resume Montrer que le tétraèdre ABCD est un bicoin.

resume a) Justifier que l'arête [CD] est la plus longue arête du bicoin ABCD.

b) On note I le milieu de l'arête [CD]. Montrer que le point I est équidistant des 4 sommets du bicoin ABCD.

Partie B

Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le point A(3 ; 1 ; −5) et la droite d de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2t+1 \\ y = -2t+9 \\ z = t-3 \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$.

1. Déterminer une équation cartésienne du plan P orthogonal à la droite d et passant par le point A.
2. Montrer que le point d'intersection du plan P et de la droite d est le point B(5 ; 5 ; −1),
3. Justifier que le point C(7 ; 3 ; −9) appartient au plan P puis montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle isocèle en A.
4. Soit t un réel différent de 2 et M le point de paramètre t appartenant à la droite d.
   a) Justifier que le triangle ABM est rectangle.
   b) Montrer que le triangle ABM est isocèle en B si et seulement si le réel t vérifie l'équation $t^2 - 4t = 0$.
   c) En déduire les coordonnées des points M_1 et M_2 de la droite d tels que les triangles rectangles ABM_1 et ABM_2 soient isocèles en B.

Partie C

On donne le point D(9 ; 1 ; 1) qui est un des deux points solutions de la question **4. c.** de la partie B.
Les quatre sommets du tétraèdre ABCD sont situés sur une sphère.
En utilisant les résultats des questions des parties A et B précédentes, déterminer les coordonnées du centre de cette sphère et calculer son rayon.

EXERCICE 2 (*5 points*)

Un jury du probatoire C compte 200 candidats. Après correction des copies de maths, l'enseignant regroupe les notes obtenues par les candidats par classes dans un tableau de manière suivante :

Notes	[3 ;5[	[5 ;8[	[8 ;10[	[10 ;12[	[12 ;15[	[15 ;17[	[17 ;18[
Fréquences (%)	10	12	25	30	12	6	5

1. Compléter le tableau ci-dessus par : les densités, l'amplitudes, les centres, les effectifs de chaque classe, les E.C.C et E.C.D.

3. a) Déterminer la moyenne $\overline{X}$, la variance $V(X)$ et l'écart-type $\sigma(x)$;

   b) Déterminer le pourcentage d'élève dont la note est contenue dans l'intervalle $[\overline{X} - \sigma; \overline{X} + \sigma]$.

4. 40% des candidats sont des filles. On veut constituer des bureaux de 5 membres.

   a) Déterminer le nombre de bureau possibles ;

   b) Déterminer le nombre de bureaux constitués d'au moins deux filles et au moins un garçon.

   c) Déterminer le nombre de bureaux possibles sachant que les candidats claudes et Sabine ne peuvent pas siéger au sain d'un même bureau.

EXERCICE 3 (*3 points*)

$ABCD$ est un carré de centre O et de sens direct. On considère les rotations :
$r_1 = r\left(B, \frac{\pi}{2}\right)$;$r_2 = r\left(A, \frac{\pi}{2}\right)$;$r_3 = r\left(C, -\frac{\pi}{2}\right)$.

1. Déterminer l'image de C par $r_2 \circ r_1$; en déduire la nature et l'élément caractéristique de $r_2 \circ r_1$.
2. Déterminer l'image de C par $r_3 \circ r_1$; en déduire la nature et l'élément caractéristique de $r_3 \circ r_1$.
3. Déterminer la nature et l'élément caractéristique de $r_3 \circ r_2$.
4. a) Déterminer les droites (Δ_1) et (Δ_2) telles que $r_1 = S_{(BD)} \circ S_{(\Delta_1)}$ et $r_1 = S_{(\Delta_2)} \circ S_{(AB)}$.

   b) Déterminer les droites (Δ_3) telle que $S_{(AC)} \circ S_{(\Delta_3)} = t_{\overrightarrow{BD}}$.

Partie B : Évaluation des compétences 4,5 points

Dans un quartier d'une métropole :

— 200 personnes pratiquent le football, parmi eux 80 pratiquent le rugby et 30 le tennis de table ;

— 160 personnes pratiquent le rugby et parmi eux 25 pratiquent le tennis de table ;

— 50 personnes pratiquent le tennis de table ;

— 10 personnes pratiquent les trois sports ;

— 20 personnes ne pratiquent aucun des sports cités.

Pour les besoins de supervision des différentes rencontres sportives, le chef du quartier fait appel à un groupe d'arbitres extérieurs constitué de x femmes et y hommes tels que $C_x^y = C_x^{y+1}$ et $4C_x^y = C_x^{y-1}$; puis à un groupe de n cuisiniers tel que dans le développement de l'expression $(3n-2t)^{10}$ par la formule du binôme de Newton, le coefficient de t^8 est égal à 6 635 520 .

Tâches

1) Déterminer le nombre d'habitants de ce quartier. **[1,5pt**

2) Déterminer le nombre d'arbitres convoqués pour les rencontres sportives. **[1,5pt**

3) Déterminer le nombre de cuisiniers convoqués pour les rencontres sportives. **[1,5pt**

PRÉSENTATION : 0,5pt